Srinakharinwirot University Engineering Journal (2022) 17(1), 40-52 วารสารวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีที่ 17 ฉบับที่ 1 เดือน มกราคม – เมษายน พ.ศ. 2565

จลนศาสตร์และการจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แขนกลด้วยโปรแกรมแมทแลป

Kinematics and Motion Modeling of a Robotic Arm using MATLAB Program

สุรชัย เหมหิรัญ[1] ดิฐภัทร ตันประดิฐ[2]*
[1,2]คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ
เลขที่ 2 ถนนนางลิ้นจี่ แขวงทุ่งมหาเมฆ เขตสาทร กรุงเทพมหานคร 10120
Surachai Hemhirun[1] Ditthaphat Tanpradit[2]*
[1,2]Faculty of Engineering, Rajamangala University of Technology Krungthep
2 Nanlinji Road, Tungmahamek, Sathorn, Bangkok, 10120
*Corresponding author Email: ditthaphat.t@mail.rmutk.ac.th
(Received: September 1, 2021; Revised: December 16, 2021; Accepted: April 21, 2022)

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาจลนศาสตร์และการจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แขนกลด้วยโปรแกรมแมทแลปสำหรับระบุพิกัดปลายแขนกล โดยหุ่นยนต์แขนกลมีข้อต่อหมุนอิสระ 4 แกน ถูกสร้างขึ้นจากโปรแกรมสร้างโมเดล 3 มิติ จากนั้นนำมาวิเคราะห์ทางจลนศาสตร์และสร้างแบบจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink การทดสอบประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนแรกเป็นการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลอง และส่วนที่สองเป็นการจำลองการเคลื่อนที่แบบต่อเนื่องด้วยการเขียนตัวอักษร วิธีการทดสอบใช้การแสดงผลของหุ่นยนต์แขนกลโมเดล 3 มิติ เปรียบเทียบกับแบบจำลองทางจลนศาสตร์ ผลการทดสอบพบว่าค่าพิกัดปลายแขนกลและค่ามุมการหมุนของข้อต่อทั้งหมดมีความถูกต้องและมีพื้นที่ทำงานตามแกน x, y และ z ในช่วง 52 ถึง 239, -234 ถึง 234 และ 0 ถึง 228 มิลลิเมตร ตามลำดับ และแบบจำลองแสดงผลการเขียนตัวอักษรได้ถูกต้องสมบูรณ์ นอกจากนี้ทั้งยังพบว่าการปัดเศษทศนิยมของมุมข้อต่อส่งผลต่อความคลาดเคลื่อนในการระบุพิกัดปลายแขนกล

คำสำคัญ: แบบจำลองจลนศาสตร์ การจำลองการเคลื่อนที่ จลนศาสตร์ไปข้างหน้า จลนศาสตร์ผกผัน

ABSTRACT

This research aimed to study kinematics and motion modeling of a robot arm using MATLAB program for the identification of the end-effector (EE) coordinates. The robot arm has a 4 degree-of-freedom (DOF) which was created by a 3-D modeling program. After that, the kinematics model was analyzed, and the program was simulated by MATLAB/Simulation program. The test consisted of two parts. The first part is to validate the kinematics model while the second part is to simulate continuous motion by writing an English alphabet. The test method uses the display of a robotic arm from a 3-D model compared with the kinematic model. the results showed that the kinematic calculation of the model revealed the EE coordinates, and all the joint angle values were accurate, causing the work area along x, y, and z-axes in the range of 52 to 239, -234 to 234, and 0 to 228 mm. respectively.

The simulation showed correct and perfect writing. In addition, it was found that the round-off of the joint angle value affects the error in specifying the coordinates of the EE.

Keyword: Kinematics model, Motion modeling, Forward kinematics, Inverse kinematics.

1. บทนำ

หุ่นยนต์แขนกล (Robot arm) เป็นการออกแบบและสร้างอุปกรณ์ที่มีกลไกแขนและข้อต่อคล้ายกับแขนของมนุษย์ เพื่อใช้อุปกรณ์นี้กับงานหรือกิจกรรมที่มีรูปแบบแน่นอนและทำงานเป็นระยะเวลานาน เช่น งานจับวัตถุ (Object grasping) งานจับและวางวัตถุ (Pick and Place) ตลอดจนงานที่ประยุกต์ให้ปลายแขนกลถือเครื่องมือ (Handling tools) ในงานเชื่อมประสานชิ้นงานที่อาศัยการควบคุมแบบต่อเนื่อง เป็นต้น โดยหุ่นยนต์แขนกลอุตสาหกรรม (Industrial robots) ใช้การสั่งการควบคุมด้วยแป้นสอน (Thach pendant) บันทึกตำแหน่งพิกัดต่าง ๆ ลงในหน่วยความจำจากนั้นให้โปรแกรมทำงานตามลำดับ เพื่อสั่งงานมอเตอร์ประจำข้อต่อแต่ละข้อต่อให้หมุนในทิศทางใดและเป็นมุมเท่าไหร่ที่จะทำให้ส่วนปลายของแขนกลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ จากความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่เชิงมุม (Angular Motion) ของข้อต่อกับการเคลื่อนที่เชิงเส้น (Linear Motion) ของปลายแขนกลสามารถอธิบายลำดับขั้นตอนวิธี (Algorithm) ด้วยการศึกษาจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์ (Robotics Kinematics) ที่เป็นศาสตร์ด้านหุ่นยนต์ที่มีความหลากหลายตามลักษณะแบบชนิดและลำดับขั้นความอิสระ (Degree of Freedom, DOF) ของหุ่นยนต์แขนกลที่อาศัยหลักการพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาหุ่นยนต์แขนกล [1] เริ่มจากการวิเคราะห์ทางจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์แขนกลที่ต้องการศึกษาที่สามารถแบ่งได้สองแนวทาง ได้แก่ 1) การใช้หุ่นยนต์แขนกลอุตสาหกรรมจริงเป็นต้นแบบในการศึกษา [2], [3] เช่น การใช้หุ่นยนต์แขนกล Staubli RX 90 ศึกษาการป้อนค่ามุมการหมุนในแต่ละข้อต่อ เพื่อสั่งงานให้ส่วนปลายแขนกลเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษ อีกทั้งใช้แขนกลเป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลการเคลื่อนที่เพื่อนำมาทดสอบความถูกต้องเปรียบเทียบกับการศึกษาทางทฤษฎี [4] หรือการใช้หุ่นยนต์แขนกล KUKA KR5 ARC เพื่อศึกษาค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นกับข้อต่อของหุ่นยนต์ และได้เสนอวิธีการวัดมุมข้อต่อแขนกลด้วยเลเซอร์แทรกเกอร์ ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้นำมาเปรียบเทียบความถูกต้องกับผลจากการคำนวณค่าทางจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์ [5] และ 2) การใช้หุ่นยนต์ที่สร้างขึ้นเองเป็นต้นแบบในการศึกษา [6], [7] ร่วมกับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณทางวิศวกรรม (MATLAB) ในการสร้างแบบจำลองทางจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์แขนกลเพื่อป้อนอาหารให้กับผู้สูงอายุ [8] และในแนวทางเดียวได้มีการศึกษาพิกัดตำแหน่ง (x, y, z) ของส่วนปลายแขนกลระหว่างหุ่นยนต์แขนกล (Actual Robot) กับแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล (Simulated Robot) ที่กำหนดการเคลื่อนที่ด้วยการกำหนดตำแหน่ง (Waypoint) ผลการเปรียบเทียบแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์แสดงค่าพิกัดตำแหน่งสอดคล้องกับหุ่นยนต์แขนกลต้นแบบแต่ยังคงมีค่าร้อยละความผิดพลาดที่ต้องมีการปรับปรุงในอนาคต [9] สอดคล้องกับการใช้แบบจำลองหุ่นยนต์แขนกลจากการประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบชิ้นส่วน (Computer-Aided Design, CAD) ร่วมกับโปรแกรมช่วยคำนวณทางวิศวกรรม (Computer-Aided Engineering, CAE) [10-13] จากทั้งสองแนวทางแสดงให้เห็นว่าเมื่อนำผลการวิเคราะห์ทางทฤษฎีมาเปรียบเทียบกับต้นแบบหุ่นยนต์แขนกล พบว่าค่าความผิดพลาดเกิดขึ้นจากกลไกข้อต่อแขนกล (Mechanical error) ร่วมกับการวัดตำแหน่งหรือมุมการหมุนของข้อต่อแขนกลที่เกิดความคลาดเคลื่อน (Measurement error) ขึ้น ดังนั้นเพื่อเป็นการทดสอบ

การวิเคราะห์ทางจลนศาสตร์ที่ถูกต้อง ผู้วิจัยขอเสนอแนวทางการใช้แบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล (แทนการใช้แขนกลจริงหรือแขนกลจากการสร้างขึ้นเอง)

โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาจลนศาสตร์ไปข้างหน้าและจลนศาสตร์ผกผันของหุ่นยนต์แขนกล และทดสอบความถูกต้อง (Verification) ของการคำนวณค่าทางทฤษฎีเทียบกับการแสดงผลของแบบจำลองที่สร้างขึ้น อีกทั้งทำให้สามารถกำหนดพื้นที่การทำงาน (Work Area) และสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจสำหรับการสร้างหุ่นยนต์แขนกลจริงได้ต่อไป

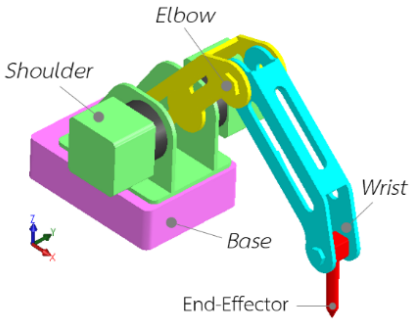
2. ระเบียบวิธีวิจัย

การศึกษาจลนศาสตร์และการจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แขนกล มีหัวข้อการดำเนินการ 6 หัวข้อ ได้แก่ 1) การสร้างแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล 2) พารามิเตอร์และการกำหนดกรอบอ้างอิง 3) สมการจลนศาสตร์ไปข้างหน้า 4) การวิเคราะห์จลนศาสตร์ผกผัน 5) การจำลองการเคลื่อนที่ และ 6) ค่าความคลาดเคลื่อนจากการปัดเศษ ทั้งหมดมีรายละเอียดในแต่ละหัวข้อดังนี้

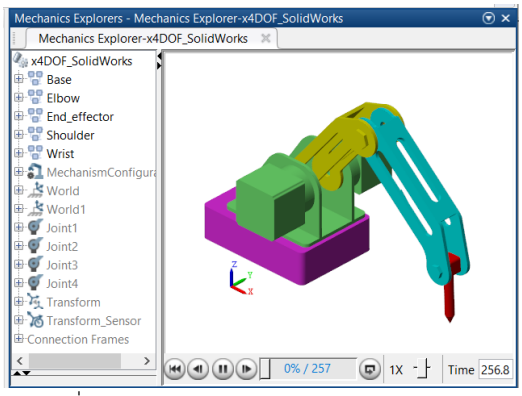
2.1 การสร้างแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล

แบบจำลองหุ่นยนต์แขนกลสร้างจากโปรแกรมสร้างโมเดล 3 มิติเพื่อใช้เป็นต้นแบบในการวิเคราะห์ทางจลนศาสตร์ โดยหุ่นยนต์แขนกลมีลักษณะแบบข้อต่อ (Articulated arm) ประกอบด้วย ชิ้นส่วนแขนกล จำนวน 5 ชิ้น และมีข้อต่อหมุนอิสระ (Revolute Joint) จำนวน 4 ข้อต่อ ได้แก่ ฐานหมุน (Base Rotation) หัวไหล่ (Shoulder) ข้อศอก (Elbow) และข้อมือ (Wrist) และออกแบบให้ปลายแขนกล (End-Effector) มีลักษณะแหลมใช้สำหรับอ้างอิงตำแหน่งตามระบบพิกัดฉาก (Cartesian Coordinate System) ดังรูปที่ 1

เมื่อได้โมเดลของหุ่นยนต์แขนกลแล้วทำการส่งออกโมเดล (Export) ด้วยฟังก์ชั่น Simscape Multibody Link จากนั้นนำเข้า (Import) โมเดลเข้าโปรแกรม MATLAB ดังรูปที่ 2 เพื่อให้สามารถสั่งการหุ่นยนต์แขนกลให้เคลื่อนที่ได้ตามต้องการนั้นต้องอาศัยทฤษฎีพื้นฐานของหุ่นยนต์ที่เริ่มจากพิจารณาโครงสร้าง พารามิเตอร์และการกำหนดกรอบอ้างอิงแขนกล ดังได้อธิบายในหัวข้อต่อไป



รูปที่ 1 โมเดล 3 มิติของหุ่นยนต์แขนกล



รูปที่ 2 แบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล (MATLAB)

2.2 พารามิเตอร์และการกำหนดกรอบอ้างอิง

การอ้างอิงพิกัดส่วนตัวหรือกรอบอ้างอิง (Frames of Reference) ในแต่ละข้อต่อหมุน เริ่มจากกรอบอ้างอิงที่ฐาน เป็น *0* และนับลำดับต่อไปจนถึงกรอบอ้างอิงสุดท้ายเป็น *4* ที่ปลายแขนกล ตามหลักการของ เดนาวิท-ฮาเทนเบอร์ก (Denavit-Hartenberg, DH) ที่ได้ถูกนำมาใช้เป็นมาตรฐานการอธิบายแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล [14-16] ในรูปแบบตารางเรียกว่า DH Parameter ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ a_i , α_i , d_i และ θ_i

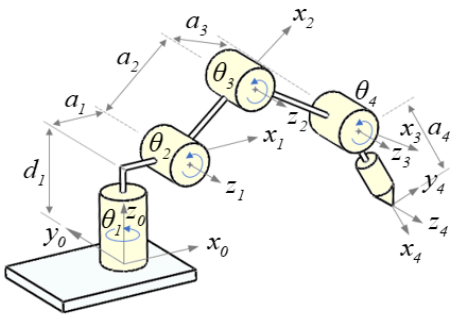
a_i คือ ระยะห่างแกน z_{i-1} ถึงแกน z_i ตามแกน x_i

α_i คือ มุมบิด แกน z_{i-1} กับแกน z_i รอบแกน x_i

d_i คือ ระยะห่างแกน x_{i-1} ถึงแกน x_i ตามแกน z_{i-1}

θ_i คือ มุมบิด แกน x_{i-1} กับแกน x_i รอบแกน z_{i-1}

การวางตัวตามแกน (axis) ในแต่ละจุดของกรอบอ้างอิงเป็นไปตามกฎ 4 ข้อ คือ 1) แกน z-axis กำหนดทิศทางตามแกนของข้อต่อหมุน (Revolute Joint) 2) แกน x-axis กำหนดทิศทางให้ตั้งฉากกับ z_i และ z_{i-1} 3) แกน y-axis กำหนดทิศทางตามกฎมือขวา (Right-hand rule) และ 4) แนวแกน x_i ที่กำหนดขึ้นตามข้อ 2) ต้องตัดกับแนวแกน z_{i-1} ดังรูปที่ 3 และนำเสนอค่าพารามิเตอร์ของแขนกลในรูปแบบตาราง ดังตารางที่ 1 เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการสร้างสมการจลนศาสตร์ไปข้างหน้าต่อไป



รูปที่ 3 กรอบอ้างอิงและพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ [17]

ตารางที่ 1 DH พารามิเตอร์ของหุ่นยนต์แขนกล

Joint *(i)*	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	$\pi / 2$	d_1	θ_1
2	a_2	*0*	*0*	θ_2
3	a_3	*0*	*0*	θ_3
4	a_4	*0*	*0*	θ_4

ข้อมูลค่าความยาวของชิ้นส่วนแขนกลแต่ละชิ้น a_1 = 20 mm a_2 = 100 mm a_3 = 121 mm a_4 = 53 mm d_1 = 72 mm

2.3 สมการจลนศาสตร์ไปข้างหน้า

การคำนวณตำแหน่งที่ส่วนปลายของหุ่นยนต์แขนกลที่อาศัยข้อมูลมุมการหมุนของข้อต่อต่างๆ (Joint angles, θ_1 - θ_4) สามารถทำได้ด้วยการหาสมการจลศาสตร์ไปข้างหน้า (Forward Kinematics, FK) ที่ได้จากการแปลงเมทริกซ์เอกพันธ์ (Homogeneous transformation matrices, T) ประกอบด้วยเมทริกซ์การหมุน (Rotation matrix, $R(\theta)$) และเวกเตอร์ตำแหน่ง (Position Vector, $P(\theta)$) ดังสมการที่ (1) ร่วมกับข้อมูลจากตารางที่ 1 ด้วยการแทนค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์แขนกลตามลำดับของข้อต่อหมุนทั้ง 4 ข้อต่อ ลงในสมการที่ (2)

โดย T_i^{i-1} คือ การแปลงเมทริกซ์เอกพันธ์ของกรอบอ้างอิงในแกนข้อต่อที่อยู่ติดกัน ตัวอย่างเช่น กรอบอ้างอิงปัจจุบันอยู่ที่ข้อต่อหมุนลำดับที่ i เป็น *1* แกนข้อต่อที่อยู่ติดกันก่อนหน้า คือ *0* จาก (i-*1*) จะได้เป็น T_1^0 หมายถึงการแปลงพิกัดอ้างอิงจากกรอบอ้างอิงที่ 1 เทียบกลับไปยังกรอบอ้างอิงที่ *0* หรือที่ฐานของหุ่นยนต์แขนกลนั้นเอง การทำเช่นนี้ตามลำดับจนถึงชิ้นส่วนสุดท้ายของแขนกล จากนั้นนำเมทริกซ์มาคูณกัน ดังสมการที่ (3)

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} R_i^{i-1}(\theta) & P_i^{i-1}(\theta) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{bmatrix} cos\theta_i & -sin\theta_i & 0 & d_i \\ sin\theta_i cos\alpha_i & cos\theta_i cos\alpha_i & -sin\alpha_i & -a_i sin\alpha_i \\ sin\theta_i sin\alpha_i & cos\theta_i sin\alpha_i & cos\alpha_i & a_i cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_4^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 \quad (3)$$

ภายหลังการแปลงเมทริกซ์ตำแหน่งแถวสุดท้าย (Last column) ในแนวตั้งของ $T_4^0(:,4)$ แสดงข้อมูลพิกัดตำแหน่งส่วนปลายแขนกลตามแนวแกน x, y และ z (p_{4x}^0, p_{4y}^0 และ p_{4z}^0) ตามลำดับดังสมการที่ (4) – (6) และสามารถคำนวณหามุมท่าทางของส่วนปลายแขนกล (Orientation, φ) จากสมการที่ (7)

$$p_{4x}^0 = c\theta_1\left[(a_1 + a_2 c\theta_2) + a_3 c(\theta_2 + \theta_3) + a_4 c(\varphi)\right] \quad (4)$$

$$p_{4y}^0 = s\theta_1\left[(a_1 + a_2 c\theta_2) + a_3 c(\theta_2 + \theta_3) + a_4 c(\varphi)\right] \quad (5)$$

$$p_{4z}^0 = a_2 s\theta_2 + a_3 s(\theta_2 + \theta_3) + a_4 s(\varphi) + d_1 \quad (6)$$

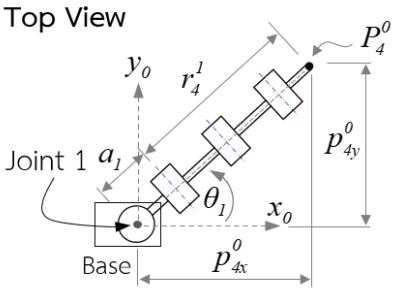
$$\varphi = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \quad (7)$$

เมื่อ s และ c ย่อมาจาก sin และ cos ตามลำดับ ร่วมกับข้อมูลพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์แขนกล เมื่อแทนค่าลงในสมการที่ (4) - (6) ที่เป็นสมการจลนศาสตร์ไปข้างหน้า ทำให้สามารถคำนวณหาค่าตำแหน่งปลายแขนกลตามพิกัด x, y และ z ได้

2.4 การวิเคราะห์จลนศาสตร์ผกผัน

จากความสะดวกในการสั่งงานให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่ไปยังพิกัด x, y และ z ตามกำหนดนั้นต้องวิเคราะห์ด้วยจลนศาสตร์ผกผัน (Inverse Kinematics, IK) เพื่อคำนวณค่ามุมการหมุนของข้อต่อทั้ง 4 (Joint angles, θ_1 - θ_4) ด้วยวิธีการทางเรขาคณิต (Geometric Approach) [14] ร่วมกับวิธีการแก้ปัญหาพีชคณิต (Algebraic Solution Approach) [4] มีรายละเอียดดังนี้

การหาค่ามุมข้อต่อที่ 1 (θ_1) เริ่มจากข้อมูลของพิกัดที่ปลายแขนกล (P_4^0) เทียบกับกรอบอ้างอิงที่ฐาน จากมุมมองด้านบนทำให้เห็นการวางตัวของหุ่นยนต์แขนกลในระนาบ x_0 - y_0



รูปที่ 4 มุมมองด้านบนที่กรอบอ้างอิงที่ *4* เทียบกับกรอบอ้างอิงที่ *0*

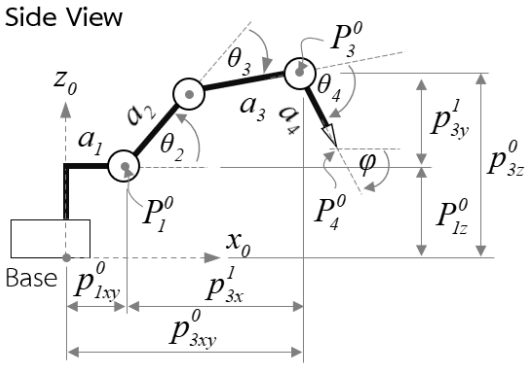
จากรูปที่ 4 มีองค์ประกอบของความยาวตามแกน x (p_{4x}^0) และตามแกน y (p_{4y}^0) ทำให้สามารถคำนวณค่ามุมการหมุนของข้อต่อที่ 1 ด้วยสมการที่ (8)

$$\theta_1 = atan2(p_{4y}^0, p_{4x}^0) \tag{8}$$

การหาค่ามุมข้อต่อที่ 2 (θ_2) และค่ามุมข้อต่อที่ 3 (θ_3) นั้นพิจารณาในช่วงข้อต่อหมุนที่ 2, 3 และ 4 หรือที่พิกัด (p_3^1) ดังรูปที่ 6 โดยเริ่มจากการคำนวณหาพิกัดข้อต่อหมุนที่กรอบอ้างอิงที่ *3* เทียบกับกรอบอ้างอิงที่ *0* (P_3^0) ก่อนด้วยการย้อนกลับการแปลงเมทริกซ์เอกพันธ์ ดังสมการที่ (9)

$$P_3^0 = T_3^0 = T_4^0 inv(T_4^3) \tag{9}$$

จากมุมมองด้านข้างทำให้เห็นการวางตัวของหุ่นยนต์แขนกลในระนาบ x_0 - z_0 ผลจากการคำนวณหาค่า (P_3^0) ที่มีองค์ประกอบย่อยใน 3 มิติ คือ (p_{3x}^0, p_{3y}^0, p_{3z}^0) ซึ่งเมื่อแสดงลงในระนาบ 2 มิติ ความยาวตามแนวแกน x_0 (p_{3xy}^0) เกิดจากผลลัพธ์ (Resultants) ขององค์ประกอบในแนวแกน x (p_{3x}^0) และ y (p_{3y}^0) ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 มุมมองด้านข้างที่กรอบอ้างอิงที่ *3* เทียบกับกรอบอ้างอิงที่ *0*

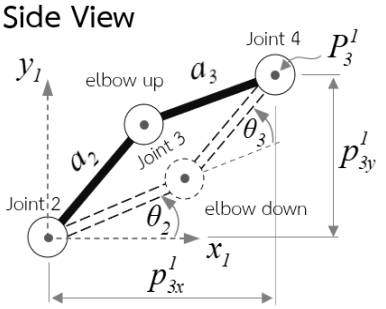
การคำนวณค่าพิกัด (P_3^1) มีองค์ประกอบของความยาวตามแกน x (P_{3x}^1) และแกน y (p_{3y}^1) สมการที่ (10) และ (11) ตามลำดับ ซึ่งได้จากการลบด้วยระยะของ (P_{1xy}^0) และ (P_{1z}^0) ตามลำดับ

$$p_{3x}^1 = a_2 c\theta_2 + a_3 c(\theta_2 + \theta_3) \tag{10}$$

$$p_{3y}^1 = a_2 s\theta_2 + a_3 s(\theta_2 + \theta_3) \tag{11}$$

รูปที่ 6 แสดงมุมมองด้านข้างของหุ่นยนต์แขนกลที่กรอบอ้างอิงที่ *3* เทียบกับกรอบอ้างอิงที่ *1* สามารถ

คำนวณหาค่ามุมการหมุนของข้อต่อที่ 3 ด้วยสมการที่ (12) ภายหลังการคำนวณค่ามุมการหมุนของข้อต่อที่ 3 (θ_3) แล้วแทนค่าลงในสมการที่ (13) และ (14) เพื่อหาค่ามุมการหมุนของข้อต่อที่ 2 ได้



รูปที่ 6 มุมมองด้านข้างที่กรอบอ้างอิงที่ *3* เทียบกับกรอบอ้างอิงที่ *1*

$$\theta_3 = acos\left[\frac{(p_{3x}^1)^2 + (p_{3y}^1)^2 - (a_2)^2 - (a_3)^2}{2a_2a_3}\right] \quad (12)$$

$$s\theta_2 = \frac{p_{3y}^1(a_2 + a_3c\theta_3) \pm p_{3x}^1(a_3s\theta_3)}{(p_{3x}^1)^2 + (p_{3y}^1)^2} \quad (13)$$

$$c\theta_2 = \frac{p_{3x}^1(a_2 + a_3c\theta_3) \mp p_{3y}^1(a_3s\theta_3)}{(p_{3x}^1)^2 + (p_{3y}^1)^2} \quad (14)$$

$$\theta_2 = atan\left[\frac{s\theta_2}{c\theta_2}\right] = atan\frac{p_{3y}^1(a_2 + a_3c\theta_3) \pm p_{3x}^1(a_3s\theta_3)}{p_{3x}^1(a_2 + a_3c\theta_3) \mp p_{3y}^1(a_3s\theta_3)} \quad (15)$$

เครื่องหมาย (±) ใช้ระบุท่าทางของแขนกล ดังรูปที่ 6 กรณีแขนกลชิ้นที่ *2* (a_2) หรือชิ้นข้อศอกเคลื่อนที่ขึ้นและท่อนแขนกลชิ้นที่ 3 เคลื่อนที่ลงเรียกว่า “elbow up” และในทิศทางตรงกันข้ามเรียกว่า “elbow down” เช่นเดียวกับการสร้างแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกลแบบ 2 ข้อต่อหมุน (2-R robot) [10] เนื่องจากหุ่นยนต์แขนกลที่ได้ออกแบบมีชิ้นข้อศอกเคลื่อนที่ขึ้นแบบ “elbow up” ทำให้การแสดงเครื่องหมายค่ามุมข้อต่อที่ 2 เป็นบวก (+) และเครื่องหมายค่ามุมข้อต่อที่ 3 เป็นลบ (-)

การหาค่ามุมข้อต่อที่ 4 (θ_4) จากการนำมุมที่แสดงทิศทางของปลายแขนกล (φ หรือมุม *phi = -90°*) ดังรูปที่ 5 เพื่อให้ทิศทางของแนวแกนปลายแขนกลตั้งฉากกับระนาบของแขนกลเคลื่อนที่ไป จากนั้นหักลบด้วยค่ามุมที่ได้จากการคำนวณตามสมการที่ (12) และ (15) ตามลำดับ สามารถคำนวณค่ามุมการหมุนข้อต่อที่ 4 จากดังสมการที่ (16)

$$\theta_4 = \varphi - \theta_2 - \theta_3 \quad (16)$$

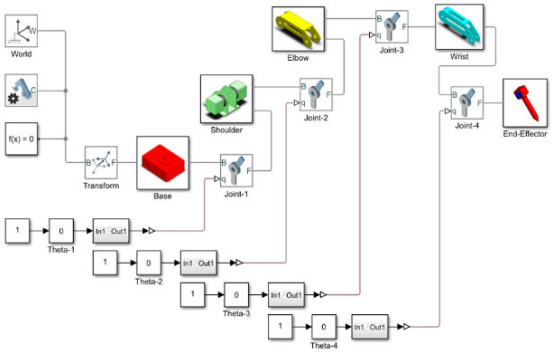
ทั้งนี้เมื่อผู้ใช้งานกำหนดพิกัดตำแหน่ง x, y และ z และทิศทางมุม φ ลงในสมการจลนศาสตร์ผกผันจะสามารถคำนวณค่ามุมการหมุนทั้ง 4 ($\theta_1 - \theta_4$) ได้

2.5 การจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แขนกล

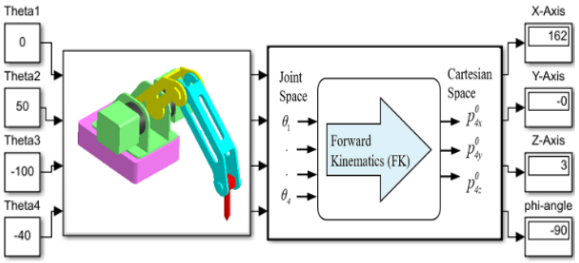
การจำลองการเคลื่อนที่ใช้โปรแกรม Simulink ซึ่งเป็นโปรแกรมย่อย (Tool Block) ชุดหนึ่งของโปรแกรม MATLAB [18] แบ่งการสร้างเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนแรกเป็นการสั่งการควบคุมด้วยการกำหนดข้อมูลจากการสร้างแผนภาพบล็อกไดอะแกรม สำหรับรับค่ามุมการหมุน (In-put joint space) เพื่อผู้ใช้งาน (User) สั่งการควบคุมได้ ดังรูปที่ 7 จากนั้นสร้างฟังก์ชันบล็อกที่ภายในบรรจุสมการจลนศาสตร์ไปข้างหน้าและสมการจลนศาสตร์ผกผัน (MATLAB Function) ดังรูปที่ 8 และรูปที่ 9 ตามลำดับ ทำให้สามารถสั่งการควบคุมแขนกลในรูปแบบการระบุมุมการหมุนของข้อต่อทั้ง 4 ($\theta_1 - \theta_4$) และสั่งการด้วยการระบุพิกัดอ้างอิงตามแกน x, y และ z ส่วนที่สองเป็นการสั่งการควบคุมแบบต่อเนื่องด้วยการกำหนดพิกัดแบบชุดข้อมูล ตามเส้นทางการเคลื่อนที่ (Waypoint) ของปลายแขนกลตามลำดับวิธีการเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษมี 2 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 การกำหนดพิกัดให้ปลายแขนกลเขียนตัวอักษรพิมพ์ใหญ่ในภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ตัว “A”, “E”, “I”, “O” และ “U” เช่นเดียวกับงานวิจัย [4] และ

เพิ่มเติมวิธีการเขียนตัวอักษรที่มีลำดับการเขียนและการยกปลายปากกาแบบการเขียนด้วยมือ โดยกำหนดความสูงของตัวอักษรเท่ากับ 30 mm และความกว้างตามสัดส่วนของตัวอักษร ดังรูปที่ 10 แสดงขั้นตอนการเขียนอักษร “A” และ “I” มี 3 ขั้นตอน อักษร “E” มี 4 ขั้นตอน และอักษร “O” และ “U” ไม่มีขั้นตอนการยกปลายแขนกลขึ้นขณะเขียนตัวอักษร ตัวอย่างเช่น การเขียนอักษร “A” ดังรูปที่ 11 จากพิกัดตำแหน่งนำมาสร้างสมการเชิงเส้น และบันทึกในรูปแบบตาราง (Excel) ที่ระบุพิกัดจุด x, y และ z ลงในแถว (Row) และบรรทัด (Column) จำนวน 60 บรรทัด ซึ่งการแสดงการเขียนแสดงลงระนาบ x-y แกน z แสดงการยก ขึ้น-ลง ของปลายแขนกลในขณะเขียนตัวอักษรเท่านั้น ดำเนินการในลักษณะเดียวกันกับตัวอักษรตัวอื่นๆ ตามลำดับ

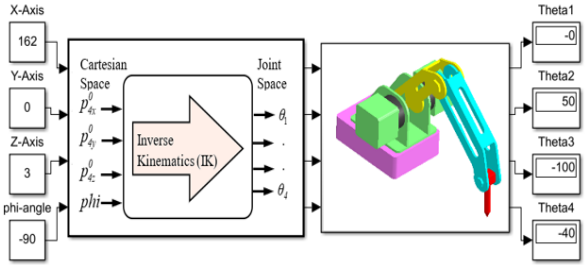


รูปที่ 7 แผนภาพบล็อกไดอะแกรมของแบบจำลอง

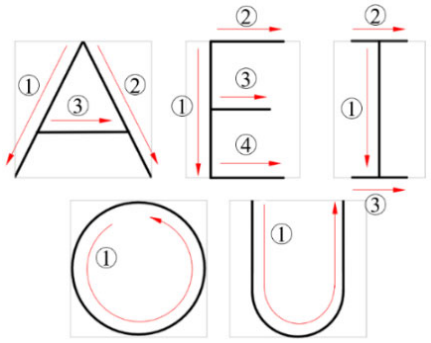


รูปที่ 8 แผนภาพบล็อกไดอะแกรมที่ใช้แสดงผลการวิเคราะห์จลนศาสตร์ไปข้างหน้า

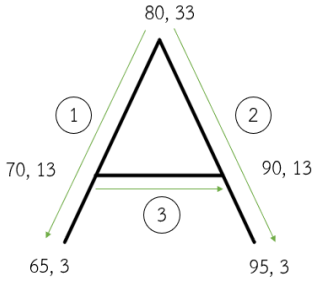
ขั้นตอนที่ 2 การสั่งการควบคุมแบบต่อเนื่องด้วยข้อมูลพิกัดตำแหน่งตามตาราง (Lookup Tables Block) ของลำดับข้อมูลที่ได้ออกแบบการเคลื่อนที่ ดังรูปที่ 12



รูปที่ 9 แผนภาพบล็อกไดอะแกรมที่ใช้แสดงผลการวิเคราะห์จลนศาสตร์ผกผัน



รูปที่ 10 วิธีการเขียนตัวอักษรของแต่ละตัวอักษร



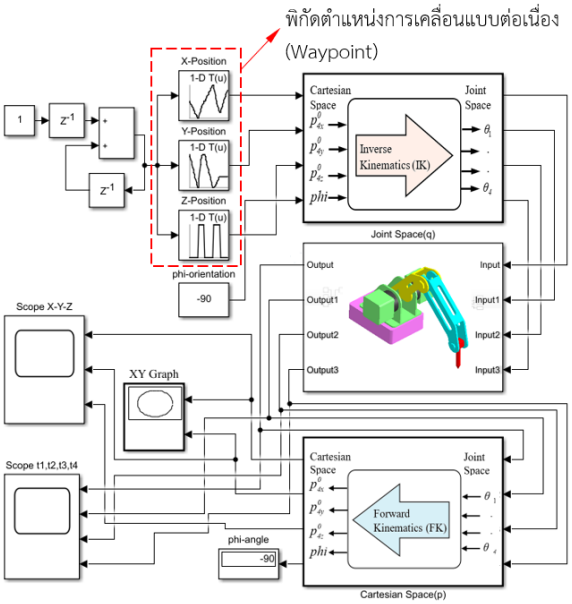
รูปที่ 11 พิกัดจุดตามลำดับวิธีการเขียนตัวอักษร “A”

2.6 ค่าความคลาดเคลื่อนจากการปัดเศษ

ผลการวิเคราะห์ทางจลนศาสตร์ ค่าที่ได้จากการคำนวณเป็นจำนวนจริงมีการจำกัดจำนวนตำแหน่งทศนิยม (Decimal Place, D.P.) ด้วยวิธีการปัดเศษ เมื่อนำไปคำนวณต่อจะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อน (Computation error) สะสมทำให้ผลคำตอบสุดท้ายเกิดค่าความคลาดเคลื่อน (*Error*) ดังสมการที่ 17

$$Error = \left| x_{sam} - x_{round-off} \right| \qquad (17)$$

เมื่อ x_{sam} คือ ค่าจริงที่ได้จากแบบจำลอง และ x_{round_off} ค่าที่ได้จากการปัดเศษ



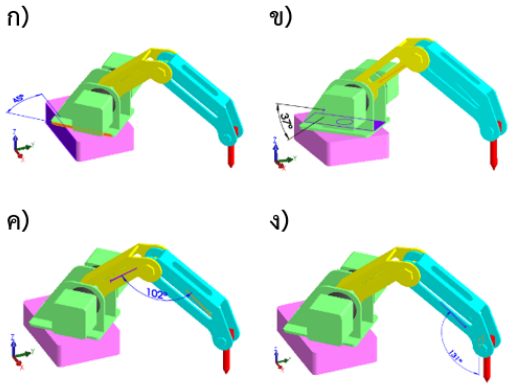
รูปที่ 12 แผนภาพบล็อกไดอะแกรมที่ใช้แสดงการจำลองการสั่งการควบคุมการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล

3. ผลการทดสอบและอภิปรายผล

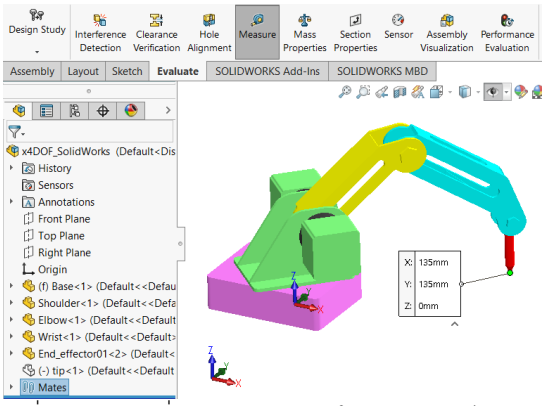
การทดสอบมี 4 ส่วน ได้แก่ 1) การเก็บข้อมูลการแสดงผลของหุ่นยนต์แขนกล เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างมุมข้อต่อกับพิกัดปลายแขนกล 2) การทดสอบแบบจำลองทางจลนศาสตร์ 3) การทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองจลนศาสตร์ผกผัน และ 4) ใช้การเปรียบเทียบระหว่างผลการคำนวณค่าทางจลนศาสตร์ของแบบจำลองจากโปรแกรม MATLAB/Simulink กับและการแสดงผลของโมเดลหุ่นยนต์แขนกล และ 4) ผลการจำลองการเคลื่อนที่แบบต่อเนื่อง มีผลการทดสอบและการอภิปรายผล ดังนี้

3.1 การเก็บข้อมูลการแสดงผลของหุ่นยนต์แขนกล

เริ่มจากกำหนดค่ามุมการหมุนทั้ง 4 ข้อต่อให้กับแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล ดังแสดงรูปที่ 13 ก) ถึง ง) ที่แสดงค่ามุมข้อต่อ (Joints, θ_1 - θ_4) ตามลำดับ จากนั้นใช้เครื่องมือวัด (Measure) ของโปรแกรมวัดตำแหน่งที่ส่วนปลายแขนกล จากการแสดงผลค่าตำแหน่งพิกัดฉาก x, y และ z ดังแสดงรูปที่ 14 และบันทึกผลข้อมูลลงใน ตารางที่ 2 ทำการดำเนินเก็บข้อมูลจำนวน 10 ชุดข้อมูล [19]



รูปที่ 13 มุมข้อต่อหมุนทั้ง 4 ก) ข้อต่อที่ 1 (45 deg) ข) ข้อต่อที่ 2 (37 deg) ค) ข้อต่อที่ 3 (102 deg หรือ -78 deg) ง) ข้อต่อที่ 4 (131 deg หรือ -49 deg) ตามลำดับ



รูปที่ 14 ค่าพิกัดที่ปลายแขนกลของโมเดลหุ่นยนต์แขนกลจากโปรแกรมสร้างโมเดล 3 มิติ

ผลการทดสอบกำหนดค่ามุมการหมุนที่ข้อต่อหมุนทั้ง 4 ที่ มีช่วงการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้การแสดงผลของโปรแกรมไม่เกิดความผิดพลาดขึ้น คือ θ_1 ช่วง (78 deg ถึง -78 deg) เนื่องจากต้องการพื้นที่ทำงานเฉพาะส่วนหน้าในระนาบ x-y เท่านั้น, θ_2 ช่วง (1 deg ถึง 100 deg) กำหนดมุมเป็นบวก (+), θ_3 ช่วง (-10 deg ถึง -164 deg) และ θ_4 ช่วง (-11 deg ถึง -156 deg) กำหนดมุมเป็นลบ (-) จากข้อมูลการแสดงผลของหุ่นยนต์แขนกลทำให้ทราบพื้นที่การทำงาน (Work Area) ที่สามารถยื่น

และหดให้ปลายแขนกลในระยะตามแนวแกน x (52 mm ถึง 239 mm) ระยะตามแนวแกน y (-234 mm ถึง 234 mm) และระยะตามแนวแกน z (0 mm ถึง 228 mm) ทั้งนี้การแสดงผลข้อมูลของแบบจำลองเป็นการปัดเศษเป็นเลขจำนวนเต็มแบบไม่มีจุดทศนิยม เพื่อเป็นชุดข้อมูลสำหรับนำไปทดสอบความถูกต้องเปรียบเทียบกับแบบจำลองทางจลนศาสตร์ต่อไป

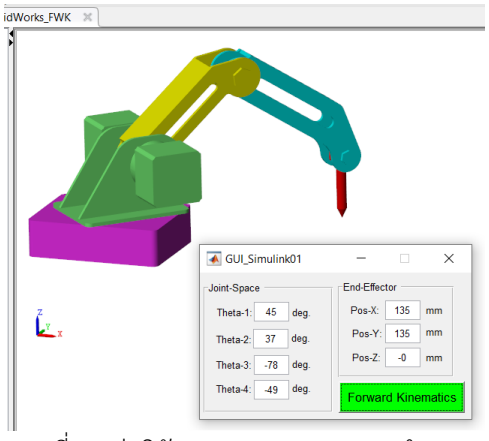
ตารางที่ 2 ข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างมุมการหมุนข้อต่อกับค่าพิกัดปลายแขนกล

ลำดับ	มุมข้อต่อ (deg)				ค่าพิกัด (mm)		
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	x	y	z
1	0	85	-164	-11	52	0	0
2	0	70	-140	-20	96	0	0
3	0	2	-12	-80	239	0	0
4	78	1	-10	-81	50	234	0
5*	45	37	-78	-49	135	135	0
6	-45	77	-152	-15	52	-52	0
7	-78	1	-10	-81	52	-234	0
8	20	69	-137	-22	95	35	0
9	4	87	-158	-19	65	5	5
10	0	100	-34	-156	52	0	228

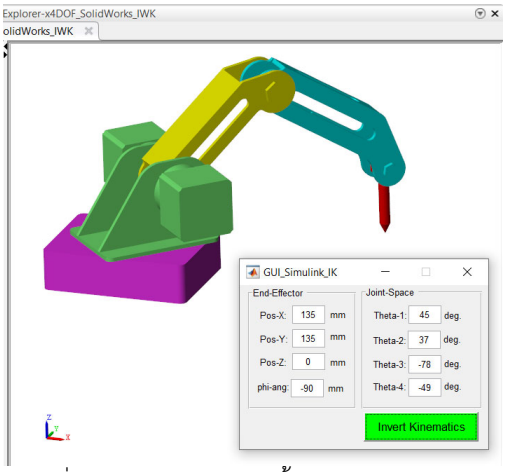
หมายเหตุ *ข้อมูลตัวอย่างการแสดงผล รูปที่ 14 และ 15

3.2 การทดสอบแบบจำลองจลนศาสตร์

เพื่อทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองจลนศาสตร์ที่สร้างด้วยโปรแกร MATLAB ซึ่งมี 2 ส่วน ได้แก่ 1) แบบจำลองจลนศาสตร์ไปข้างหน้า และแบบจำลองจลนศาสตร์ผกผัน มีรายละเอียดการทดสอบดังนี้ แบบจำลองจลนศาสตร์ไปข้างหน้า ใช้ข้อมูลมุมการหมุนของข้อต่อทั้ง 4 (θ_1 - θ_4) ข้อต่อ ที่ปรากฏดัง ตารางที่ 2 จำนวน 10 ชุดข้อมูล ระบุลงในหน้าต่างรับค่าของแบบจำลองที่สร้างขึ้นตามลำดับ ดังรูปที่ 15 การแสดงผลของแบบจำลองสามารถแสดงการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แขนกลไปยังตำแหน่งที่ระบุและการแสดงค่าผลการคำนวณหาพิกัดปลายแขนกลตามแกน x, y และ z ได้ถูกต้อง เช่นเดียวกับข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างมุมการหมุนข้อต่อกับค่าพิกัดปลายแขนกล และ 2) แบบจำลองจลนศาสตร์ผกผัน ใช้ข้อมูลพิกัดปลายแขนกลตามแกน x, y และ z ที่ปรากฏดังตารางที่ 2 จำนวน 10 ชุดข้อมูล ระบุลงในหน้าต่างรับค่าของแบบจำลองรวมกับการกำหนดมุมท่าทางของปลายแขนกลที่ต้องการ (φ) หรือมุม *phi = -90°* เพื่อให้ปลายแขนกลตั้งฉากกับระนาบ x-y ที่เป็นระนาบการแสดงผลการเขียนตัวอักษรในการทดสอบการจการจำลองการเคลื่อนที่แบบต่อเนื่อง ต่อไป) ดังรูปที่ 16 เป็นภาพการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แขนกลไปยังตำแหน่งที่ระบุและแสดงค่าผลการคำนวณหามุมและทิศทางการหมุนของข้อต่อแขนกล ทั้ง 4 ข้อต่อ (Joints, θ_1 - θ_4) ได้ถูกต้องเช่นเดียวกับการแสดงผลของหุ่นยนต์ต้นแบบและสอดคล้องกับตารางข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างมุมการหมุนข้อต่อกับค่าพิกัดส่วนปลายแขนกล



รูปที่ 15 ค่าพิกัดปลายแขนกลของแบบจำลองจากโปรแกรม MATLAB



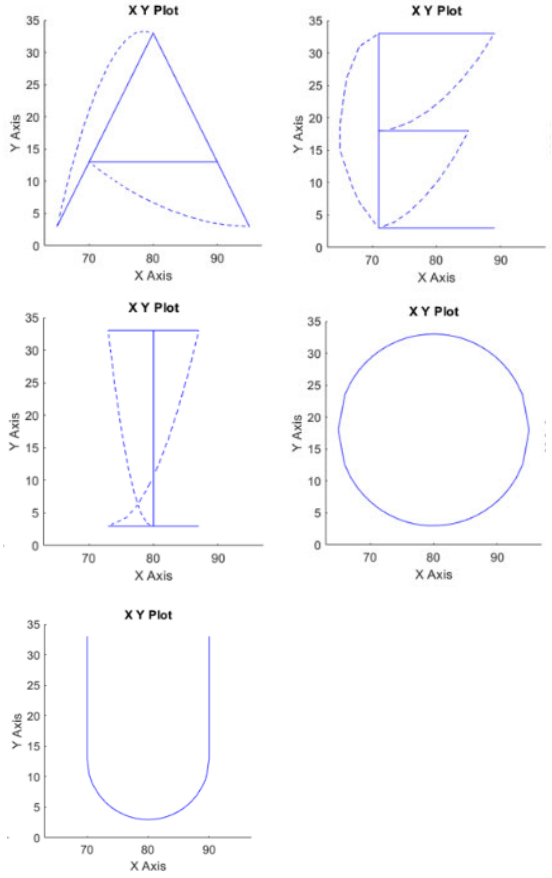
รูปที่ 16 ค่ามุมข้อต่อหมุนทั้ง 4 ของแบบจำลองจากโปรแกรม MATLAB

แบบจำลองที่สร้างขึ้นทำให้ผู้ใช้สะดวกต่อการใช้งานด้วยการระบุเพียงพิกัดปลายทางก็สามารถรู้ผลการคำนวณมุมในแต่ละข้อต่อได้ ซึ่งมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนรวมถึงการอบรมบุคลากรในการควบคุมแขนกลพื้นฐานในโรงงานอุตสาหกรรมได้หรือสามารถนำไปประยุกต์ใช้สำหรับสั่งการควบคุมแบบต่อเนื่อง เช่น การเขียนตัวอักษร ดังการทดสอบต่อไป

3.4 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล

แบบจำลองสร้างจากโปรแกรม MATLAB/Simulink เริ่มจากนำข้อมูลพิกัดตำแหน่งตามแกน x, y และ z (คำสั่งการเขียนตัวอักษร) สู่ฟังก์ชันย่อยการคำนวณค่าจลนศาสตร์ผกผัน (IK) เพื่อหาค่ามุมข้อต่อทั้ง 4 และผลการคำนวณที่ได้เป็นจำนวนจริงมีตำแหน่งทศนิยม 13 จุด และใช้หลักการปัดเศษ (Rounding) จำกัดให้เหลือทศนิยม 2 จุด (2 D.P.) จากนั้นนำข้อมูลนี้คำนวณค่าจลนศาสตร์ไปข้างหน้า (FK) จนได้ค่าพิกัดตำแหน่ง x, y และ z นำมาแสดงผลการเขียนตัวอักษรด้วยเส้นขอบ (Border line) ลงในระนาบ x-y ส่วนแกน z แสดงจังหวะการยกด้วยส้นประ (Hidden line) ตามขั้นตอนวิธีการเขียนตัวอักษร ผลการเขียนตัวอักษร “A”, “E” และ “I” ดังรูปที่ 17 และการเขียนตัวอักษร “O” และ “U” จะไม่แสดงเส้นประ ทั้งนี้ค่ามุมในแต่ละข้อต่อที่ทำการปัดเศษทศนิยมเป็น 2 จุด เมื่อนำไปคำนวณต่อจนถึงคำตอบสุดท้ายได้ค่าพิกัดตำแหน่งถูกต้อง เช่นเดียวกับชุดข้อมูลพิกัดตำแหน่งการสั่งการเขียนตัวอักษร จึงสรุปได้ว่าผลการจำลองการเคลื่อนที่ของแบบจำลองสามารถเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษทั้ง 5 ตัวได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

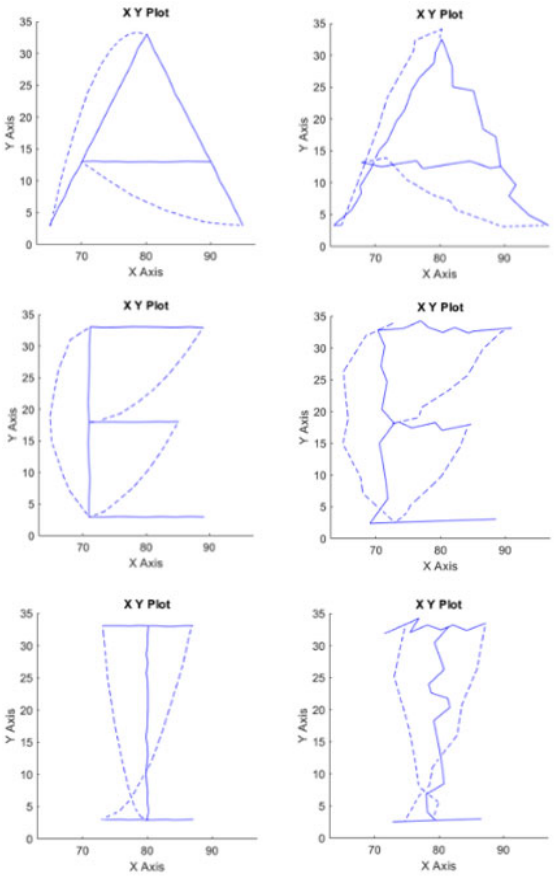
นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค่าความคลาดเคลื่อนจากการปัดเศษของมุมข้อต่อแขนกลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีผลต่อคำตอบสุดท้าย หรือไม่ โดยทดลองปัดเศษทศนิยมลงเป็น 1 จุด (1 D.P.) และ 0 จุด (0 D.P.) หรือจำนวนเต็ม ตามลำดับ พบว่าการปัดเศษทศนิยมลงเป็น 1 จุด ยังคงทำให้ผลการเขียนตัวอักษรมีความถูกต้องดังรูปที่ 18 (รูปทางซ้าย) และ รูปที่ 19 (รูปทางซ้าย) โดยเกิดค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุดตามแนวแกน x เท่ากับ 0.2 มิลลิเมตร และ y เท่ากับ 0.1 มิลลิเมตร แต่การปัดเศษเป็นเลขจำนวนเต็มทำให้การแสดงผลการเขียนตัวอักษรเกิดความไม่สมบูรณ์ตามคำสั่งที่ได้ออกแบบไว้ดังรูปที่ 18 (รูปทางขวา) และ รูปที่ 19 (รูปทางขวา) และเกิดความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุดตามแนวแกน x เท่ากับ 2.1 มิลลิเมตร และ y เท่ากับ 1.0 มิลลิเมตร เพิ่มมากขึ้นทั้งนี้เนื่องมาจากการปัดเลขทศนิยมลงทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนสะสมจากการคำนวณที่ส่งผลต่อค่าคำตอบสุดท้ายนั้นเอง



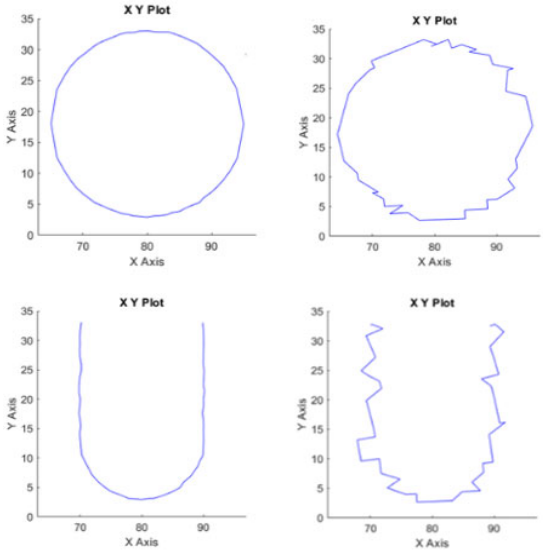
รูปที่ 17 ตัวอักษรที่เกิดจากแบบจำลองหุ่นยนต์แขนกล

ประโยชน์ที่ได้จากการทดสอบทำให้ทราบถึงข้อจำกัดของมุมข้อต่อแขนกลที่เกิดค่าความผิดพลาดจากการปัดเศษ สอดคล้องกับงานวิจัย [4] ที่พบว่าผลของการเขียนตัวอักษรเกิดความไม่สมบูรณ์เนื่องจากเกิดความผิดพลาด

จากมุมข้อแขนกล และเพื่อลดความผิดพลาดจากการศึกษาด้วยแขนกลจริงในด้านกลไกแขนกลหลวม (Mechanism error) การวัดขนาดแขนกลและการวัดมุมข้อต่อต่างๆ ที่ผิดพลาด (Measurement error) ทั้งหมดนี้จะส่งผลต่อการคำนวณทางทฤษฎี [5] ซึ่งงานวิจัยนี้ได้นำเสนอแนวทางการใช้หุ่นยนต์แขนกลจำลองจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (แทนการใช้แขนกลจริงหรือสร้างขึ้นเอง) ทำให้การแสดงผลการเคลื่อนที่ของปลายแขนกลและผลการคำนวณทางจลนศาสตร์ที่มีความถูกต้องแม่นยำสามารถใช้เป็นข้อมูลในการออกแบบและสร้างแขนกลจริงได้ต่อไป



รูปที่ 18 การเขียนตัวอักษร “A”, “E” และ “I” ที่ค่าการปัดเศษมุมข้อต่อเป็น ก) 1 D.P. และ ข) 0 D.P.



รูปที่ 19 การเขียนตัวอักษร “O” และ “U” ที่ค่าการปัดเศษของมุมขอต่อเป็น ก) 1 D.P. และ ข) 0 D.P.

4. สรุป

การประยุกต์ใช้แบบจำลองหุ่นยนต์แขนกลที่สร้างจากโปรแกรมสร้างโมเดล 3 มิติ เพื่อเป็นต้นแบบในการศึกษาทางทฤษฎีและการวิเคราะห์สร้างแบบจำลองจลนศาสตร์รวมกับการสร้างการจำลองการเคลื่อนที่แบบเสมือนจริงตามผู้ใช้งานออกแบบด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink ทำให้ผู้ใช้งานสามารถกำหนดค่าพิกัดที่ต้องการและแสดงผลการคำนวณพร้อมกับแสดงการเคลื่อนที่ให้ผู้ใช้งานสังเกตการเปลี่ยนแปลง นอกจากนี้ได้เสนอผลจากการปัดเศษค่าจำนวนจริงของมุมข้อต่อแขนกลลงที่ส่งผลต่อคำตอบสุดท้ายทำให้ค่าความแม่นยำในการระบุตำแหน่งลดลงตามการอภิปรายผลการทดลอง

ประโยชน์ที่ได้จากงานวิจัยนี้และแนวทางพัฒนาในอนาคตคือได้แนวทางการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (ซอฟต์แวร์ทางวิศวกรรม) นำมาวิเคราะห์ทางจลนศาสตร์พร้อมกับพิสูจน์ทางทฤษฎีและสามารถนำไปต่อยอดจัดสร้างชุดส่งเสริมการเรียนการสอน การฝึกอบรมแก้ปัญหาในชั้นเรียนที่ผู้เรียนหรือผู้ฝึกอบรมไม่เข้าใจศาสตร์พื้นฐานทางหุ่นยนต์แขนกล ทั้งนี้การสร้างแบบจำลองทำให้ผู้ออกแบบทราบพื้นที่การทำงานของ

หุ่นยนต์แขนกลรวมถึงข้อจำกัดของความละเอียดมุมข้อต่อที่ไม่ส่งผลต่อค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นก่อนการตัดสินใจสร้างหุ่นยนต์แขนกลจริงและเนื่องจากนี้งานวิจัยนี้ได้เสนอการกำหนดการเคลื่อนที่รูปแบบตารางข้อมูลพิกัดจุดเท่านั้นทำให้มีโอกาสในการพัฒนาการสั่งการควบคุมแบบอัตโนมัติหรือพัฒนาระบบให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Machine Learning) ในการกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของแขนกลได้ในอนาคต

5. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและอุตสาหการ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ และให้การสนับสนุนซอฟต์แวร์ที่มีลิขสิทธิ์ SolidWorks EDU Edition 2010-2011 NETWORK Serial Number 25734@rmutk-4c2643252 และขอขอบพระคุณบริษัท MathWorks MATLAB R2021a License 9389346 MathWorks Trial-13 Sep 2021.

6. เอกสารอ้างอิง

[1] I. Suleiman, E. Salam, and Y. Tanimu, "DEVELOPMENT OF A ROBOT ARM: A REVIEW," in *8th National Engineering Conference*, Niger State, Nigeria, 2018, pp. 1-5.

[2] T. Chen, J. Lin, D. Wu, and H. Wu, "Research of Calibration Method for Industrial Robot Based on Error Model of Position," *Applied Sciences,* vol. 11, no. 3, pp. 1287, 2021.

[3] R. van der Aalst, "Dynamic identification of a Mitsubishi PA-10 robotic manipulator," Eindhoven University of Technology (Technische Universiteit Eindhoven), Netherlands, Eindhoven, Apr. 2008.

[4] B. Panomruttanarug, W. Pornsukvitoon, and J. Pakkawanit, "A study of forward and inverse kinematics for 6– Link Robot Arm (Staubli RX 90)," *Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok,* vol. 27, no. 2, pp. 241-252, 2017.

[5] C. R. Auttapoom Loungthongkam, "A Study of Random Errors For Six Degrees of Freedom Robotic Arm Joints," in *IE NETWORK 2020*, Chonburi, Thailand, 2020, pp. 1-6.

[6] V. Pratheep, M. Chinnathambi, E. Priyanka, P. Ponmurugan, and P. Thiagarajan, "Design and Analysis of six DOF Robotic Manipulator," in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 1055, no. 1, IOP Publishing, 2021, pp. 1-10.

[7] H. Al-Qahtani, A. A. Mohammed, and M. Sunar, "Dynamics and control of a robotic arm having four links," *Arabian Journal for Science and Engineering,* vol. 42, no. 5, pp. 1841-1852, 2017.

[8] K. Kruthika, B. K. Kumar, and S. Lakshminarayanan, "Design and development of a robotic arm," in *I4C 2016*, Bangalore, India, 2016, pp. 1-4.

[9] M. A. M. Adzeman, M. H. M. Zaman, M. F. Nasir, M. Faisal, and S. M. M. Ibrahim, "Kinematic Modeling of A Low Cost 4 DOF Robot Arm System," *International Journal of Emerging Trends in Engineering Research,* vol. 8, no. 10, 2020.

[10] M. Gouasmi, M. Ouali, B. Fernini, and M. h. Meghatria, " Kinematic modelling and simulation of a 2-R robot using solidworks and verification by MATLAB/ Simulink," *International Journal of Advanced Robotic Systems,* vol. 9, no. 6, pp. 245, 2012.

[11] T. Parthasarathy, V. Srinivasaragavan, and S. Santhanakrishnan, " ADAMS- MATLAB co-simulation of a serial manipulator," in *ICMME* 2016, Elazig, Turkey, 2017, pp. 1-6.

[12] S. B. Hussain and F. Kanwal, "Design of a 3 DOF robotic arm," in *INTECH* 2016, Dublin, Ireland, 2016, pp. 145-149.

[13] F. Ionescu, "Modelling and simulation in mechatronics," in *IFAC MCPL* 2007, Sibiu, Romania, 2007, pp. 301-312.

[14] M. A. Qassem, I. Abuhadrous, and H. Elaydi, " Modeling and Simulation of 5 DOF educational robot arm," in *ICACC* 2010, Shenyang, Chaina, 2010, pp. 569-574.

[15] S. M. Mariappan and A. Veerabathiran, "Modelling and simulation of multi spindle drilling redundant SCARA robot using SolidWorks and MATLAB/ SimMechanics," *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia,* no. 81, pp. 63-72, 2016.

[16] G. GÎLCĂ, " KINEMATICS ANALYSIS AND MODELING IN MATLAB OF THE 6 DOF ROBOTIC ARM," *Fiability & Durability/ Fiabilitate si Durabilitate,* no. 1, pp. 180-187, 2020.

[17] T. Younas, M. Khan, S. Urooj, N. Bano, and R. Younas, "Four Degree of Freedom Robotic Arm," in *ICETAS* 2017, Salmabed, Bahrain, 2017, pp. 1-4.

[18] B. Guangbing, L. Shizhao, and Z. Hong, "Kinematics modeling of a 4-DOF robotic arm," in *MSMEE* 2017, Dalian, China, 2017, pp. 400-408.

[19] P. Somrerk, T. Komkrich, S. Charoon, L. Jirapomg, and P. Sai-yan, "The development of 3-axis robot arm for material handling," in *IE Network conference*, Phetchaburi, Thailand, 2012, pp. 1248-1253.