

การพัฒนาารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

The Development of a Learning Management Model to Promote

Mathematical Problem Solving Skills

วิษณุ นภาพันธุ์^{1*}

Vishnu Napaphun^{1*}

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และเพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเป็นการเชิงคุณภาพแบบศึกษาเฉพาะกรณีในการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ผลการวิจัยพบว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน สาเหตุของความแตกต่างที่สำคัญที่สุดมาจากปัจจัยด้านทักษะการคิดขั้นสูง ทักษะการคิดขั้นสูงส่งผลโดยตรงต่อนิสัยในการแก้ปัญหานักเรียนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา นักเรียนที่มีจุดเด่นในเรื่องทักษะการคิดขั้นสูงจะสามารถจัดการระบบข้อมูลจากความรู้ที่มีอยู่เพื่อทำความเข้าใจปัญหา วางแผน และการประเมินความสมเหตุสมผลของกระบวนการทั้งหมด แต่ทั้งนี้แม้ว่าปัจจัยด้านทักษะการคิดขั้นสูงเป็นสิ่งจำเป็นแต่ก็ไม่เพียงพอ เพราะถ้ามีทักษะการคิดขั้นสูงแต่ขาดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ก็อาจจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้หรือแก้ปัญหายังไม่มีประสิทธิภาพ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจำเป็นต้องให้ความสำคัญกับองค์ประกอบทั้งสามส่วน ได้แก่ ทักษะการคิดขั้นสูง กระบวนการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งองค์ประกอบทั้งสามมีความสัมพันธ์กันในลักษณะที่ส่งเสริมกันและกัน และสามารถพัฒนาไปพร้อมกันได้โดยผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความเข้าใจ

คำสำคัญ: การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดขั้นสูง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ

Abstract

This research aims to study the mathematical problem solving behavior in mathematics of junior high school students and then create a learning management model to develop problem solving skills in mathematics. In this study, we used the qualitative research methodology in a case study to collect and analyze data. The results found that, in the mathematics classroom, the students had different abilities in problem solving. The most important cause for these differences came from the students' metacognitive. Metacognitive skills also directly affected the students' problem solving habits on Polya's problem solving process. Students with high metacognition were able to organize information from existing knowledge to understand the problem, plan and evaluate the reasonability of the whole process. Even though metacognition is essential but it is not enough, because if we lack the proper mathematical knowledge we may not be able to solve the problem or solve the problem ineffectively. To encourage students to be good problem solvers, it is important to focus on three components: metacognition, the problem solving process and the mathematical knowledge used to solve the problem. All of these elements are related in a way that promotes each other and can be developed simultaneously through learning management that promotes understanding.

Keywords: Mathematical Problem Solving, Metacognition, Mathematical Concepts, Learning with Understanding

¹ อ.ดร., สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ มหาวิทยาลัยทักษิณ พัทลุง 93210

¹ Lecturer, Dr., Department of Mathematics and Statistics, Thaksin University, Phatthalung, 93210

* Corresponding author: Tel.: 074609600 ext. 2003. E-mail address: vishnunapaphun@gmail.com

บทนำ

จุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งของหลักสูตรคณิตศาสตร์คือการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการดำรงชีวิต ทั้งในแง่ของเนื้อหาที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และในแง่ของทักษะที่เป็นผลมาจากการบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นตัวชี้วัดความสำเร็จในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงอยู่ที่ผู้เรียนสามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาได้มากน้อยเพียงไร แต่เมื่อสำเร็จการศึกษาจากระบบโรงเรียน ประชากรส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้เท่าที่ควรจะเป็น ลักษณะของปัญหาที่พบได้แก่ การไม่เข้าใจว่าปัญหาที่เผชิญอยู่ต้องใช้คณิตศาสตร์เรื่องใด ความไม่มั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ และการใช้คณิตศาสตร์แบบผิด ๆ ที่เกิดจากการจำขั้นตอนวิธีที่คลาดเคลื่อน เป็นต้น สาเหตุสำคัญประการหนึ่งมาจากการบวนการเรียนการสอนของครูที่ยึดแบบเรียนเป็นสำคัญ ซึ่งมักจะนำเสนอโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบเดี่ยว ๆ ให้กับนักเรียนในแง่ของบทนิยาม วิธีการและขั้นตอนวิธีที่สำเร็จรูป [1]

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอนสำคัญ ได้แก่ การจำลองโจทย์ปัญหาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การหาผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ การตีความผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ไปสู่คำตอบของโจทย์ปัญหา ซึ่งการที่ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จในแต่ละขั้นตอนได้นั้นจำเป็นต้องเข้าใจความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความหมายในบริบทของโจทย์ปัญหา ที่ต้องอาศัยความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง ไม่ใช่แค่ทำตามขั้นตอนวิธีได้ ดังนั้นปัจจัยที่สำคัญประการหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนคือการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ (Learning with Understanding) ซึ่งตามบทนิยามของการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวหมายถึง การเรียนรู้ที่นักเรียนต้องเป็นผู้สร้างความรู้ใหม่จากประสบการณ์หรือความรู้ที่มีอยู่เดิม ซึ่งครูจะต้องเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการที่จะต้องทำความเข้าใจว่าในมโนทัศน์ที่จะจัดการเรียนรู้นักเรียนมีความรู้เดิมอะไร อย่างไร ระดับไหน และควรจะเติมเต็มสิ่งใดเข้าไปจึงจะสมบูรณ์ จากนั้นจึงค่อยท้าทายและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

นอกจากนี้ครูจำนวนไม่น้อยยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหามathematics เช่น ครูมักนำโจทย์ปัญหายาก ๆ มาให้นักเรียนฝึกฝน โดยให้จดจำวิธีการเฉพาะในการหาคำตอบ หรือให้นักเรียนทำโจทย์ที่มีโครงสร้างมาตรฐานซ้ำ ๆ หลายครั้ง และอีกแง่หนึ่งก็ครูไม่รู้ว่าจะสอนอย่างไร [2] เนื่องจากทักษะในการแก้ปัญหาคือความสามารถในขั้นของการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ ทำให้การสอนที่เน้นการอธิบายให้นักเรียนทำตามตัวอย่างที่ครูนำเสนอจึงไม่เพียงพอ เพราะบริบทของปัญหาที่ครูหยิบยกมานำเสนอนั้นทำได้จำกัดในขณะที่บริบทของโจทย์ปัญหาอาจเป็นไปได้หลากหลาย ปัญหาที่ตามมาคือเมื่อผู้เรียนต้องเผชิญกับบริบทของปัญหาที่แตกต่างไปจากที่ครูสอนนักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาคำถามได้ พลานก [3] เสนอว่าการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคือเน้นในเรื่องของการพัฒนาการคิดขั้นสูง (Metacognition) ซึ่งหมายถึงความสามารถในการทำความเข้าใจในกระบวนการรับรู้ของตัวเอง มากกว่าการมุ่งเน้นเรื่องความจำและความเข้าใจอย่างผิวเผิน การคิดขั้นสูงประกอบด้วย การเลือก การวางแผน และการตรวจสอบ ซึ่งต้องใช้ในการทำงานให้บรรลุเป้าหมาย มีงานวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการคิดขั้นสูงมีความสำคัญอย่างมากสำหรับกระบวนการแก้ปัญหามathematics ในทุกขั้นตอน [4-6] การคิดขั้นสูงจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างความรู้ที่เรามีอยู่กับสถานการณ์ปัญหาแต่ความสามารถดังกล่าวไม่อาจพัฒนาได้โดยใช้วิธีการสอนแบบที่เน้นครูเป็นศูนย์กลาง หากแต่ต้องใช้วิธีการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้นในการสร้างความรู้ของตัวเองมากกว่าการเป็นผู้ที่คอยรับความรู้ ครูเป็นผู้กระตุ้นหรือส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยการจัดสถานการณ์หรือบริบทเพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่เหมาะสม [7]

โพลยา [8] ได้นำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาคือ ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคือตามแนวทางของโพลยานี้เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยการแก้ปัญหาคือ (Habits of Mind) ที่ดี ซึ่งกระบวนการดังกล่าวเป็นกระบวนการภายใน (Mental Process) ซึ่งเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนในขณะที่ต้องแก้โจทย์ปัญหา และโดยแนวคิดของเพียเจต์ [9] เชื่อว่าผู้เรียนไม่ได้เรียนรู้อคณิตศาสตร์

โดยตรง แต่จะเป็นการปรับโครงสร้างภายในที่มีอยู่เพื่อให้เข้าใจในมโนทัศน์ของสิ่งที่เรียนรู้ และการเรียนรู้จะเป็นไปได้ง่าย ถ้าผู้เรียนมีโครงสร้างภายในที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ของสิ่งที่เรียนรู้ แต่ถ้าไม่มีโครงสร้างภายในที่เหมาะสมการเรียนรู้แทบจะเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งในการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือการส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยการแก้ปัญหาที่ดีตามขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหของโพลยา

จากที่นำเสนอมาสามารถสรุปได้ว่าทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นคุณสมบัติที่สำคัญของการพัฒนาผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์ แต่โดยกระบวนการเรียนรู้ที่ใช้กันอยู่ในห้องเรียนปัจจุบันส่วนใหญ่ยังไม่สามารถที่จะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหให้กับผู้เรียนได้เท่าที่ควรจะเป็น ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่จะสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหให้กับนักเรียน โดยมีมุมมองในการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาว่าจะต้องให้ความสำคัญกับองค์ประกอบ 3 ส่วน ได้แก่ ทักษะการคิดขั้นสูง นิสัยการแก้ปัญหตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา และความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญห ผลจากการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งนับว่าเป็นปัญหาสำคัญอย่างยิ่งในทางคณิตศาสตร์ศึกษา

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
2. เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นต่อความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

ระเบียบวิธีการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพแบบศึกษาเฉพาะกรณีในการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล โดยกระบวนการวิจัยแบ่งเป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 เป็นการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2 นำข้อมูลที่ได้จากระยะที่ 1 มาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ พร้อมทั้งสร้างและพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ต้นแบบ และระยะที่ 3 เป็นการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นกับชั้นเรียนที่กำหนดเป็นกรณีศึกษา เพื่อศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

สนามและกลุ่มเป้าหมาย นักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวนทั้งสิ้น 116 คน ซึ่งทั้งหมดเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษานครศรีธรรมราช เขต 3 โดยจำแนกออกเป็นนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญห และนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ *นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญห* ได้มาโดยวิธีการเลือกตามความสะดวก กล่าวคือเป็นการเลือกตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยซึ่งไม่ใช่เพื่อให้ได้ตัวอย่างที่เป็นตัวแทน แต่เป็นการค้นหาลักษณะพฤติกรรมที่แตกต่างกันโดยไม่มีการกำหนดจำนวนนักเรียนจนกว่าผู้วิจัยจะเริ่มเห็นว่าไม่พบพฤติกรรมที่แตกต่างไปจากที่พฤติกรรมที่เคยพบมาแล้ว ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ต้องใช้นักเรียนทั้งสิ้น 86 คน *นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้* เป็นชั้นเรียนที่ผู้วิจัยจัดขึ้น ประกอบไปด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 จำนวน 30 คน ดังรายละเอียดในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 จำนวนนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ระดับชั้น/ผลการเรียน	สูง	ปานกลาง	ต่ำ	รวม
ม.1	4	5	1	10
ม.2	3	5	2	10
ม.3	3	5	2	10
รวม	10	15	5	30

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เป็นแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในแต่ละข้อจะกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อที่จะประเมินว่านักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหายังไร

การเก็บรวบรวมและการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งออกเป็น 3 ระยะ ดังต่อไปนี้

ระยะที่ 1 การพัฒนารอบแนวคิดในการจำแนกพฤติกรรมการแก้ปัญหานักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นกระบวนการสร้างคำอธิบายลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาได้แก่ 1. การสังเคราะห์องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และ การสร้างกรอบแนวคิดเบื้องต้นในการจำแนกพฤติกรรมการแก้ปัญหามาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 2. ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน แล้วจำแนกพฤติกรรมการแก้ปัญหามาออกเป็นกลุ่ม 3. เลือกตัวแทนจากแต่ละกลุ่มมาทำการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมในส่วนที่ผู้วิจัยไม่แน่ใจในการตีความ 4. ทำการวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหานักเรียนซ้ำอีกครั้งโดยใช้ผู้วิเคราะห์จำนวน 3 คน 5. หาค่าความเชื่อมั่นในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สูตรของไมล์สและซูเบอร์แมน โดยพบว่ามีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 92 % 6. สังเคราะห์ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหากลุ่มออกมา จากนั้นนำไปเปรียบเทียบกับลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาย่อยที่อยู่ในกรอบแนวคิดเบื้องต้น พฤติกรรมใดที่สอดคล้องกันก็จะยังคงคำอธิบายลักษณะเดิมเอาไว้ พฤติกรรมใดที่ไม่สอดคล้องกันจะปรับเอาพฤติกรรมที่พบจากการตอบสนองของนักเรียนเข้าไปแทนที่ และกรณีที่พบพฤติกรรมที่ไม่ได้เคยกำหนดไว้ก่อนในกรอบแนวคิดเบื้องต้นจะเพิ่มเข้าไปในกรอบแนวคิด

ระยะที่ 2 การพัฒนาแบบแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหามา เป็นกระบวนการนำผลมาจากการศึกษาพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากำหนดเป็นมุมมองของการวิจัยในครั้งนี้ว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่จะสามารถส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญกับองค์ประกอบใดบ้าง และในแต่ละองค์ประกอบมีแนวทางในการส่งเสริมอย่างไร โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังต่อไปนี้ 1. กำหนดแนวทางในการพัฒนาแต่ละองค์ประกอบของการแก้ปัญหามาที่กำหนดไว้ โดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จากการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหามา กำหนดเป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. สร้างกิจกรรมการเรียนรู้ต้นแบบตามกรอบแนวคิดในการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3. ทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้ต้นแบบกับนักเรียนรายบุคคลที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง วิเคราะห์ข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไข 4. ทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้ต้นแบบกับนักเรียนกลุ่มเล็กที่ความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 9 คน วิเคราะห์ข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไข 5. ทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้ต้นแบบกับนักเรียนกลุ่มใหญ่จำนวน 30 คน โดยใช้กระบวนการการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) กล่าวคือในการสอนแต่ละครั้งของผู้วิจัย จะมีผู้ร่วมสังเกตการสอนอีกจำนวน 2 คน และหลังจากเสร็จสิ้นการสอนแต่ละครั้ง ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการสอนจะร่วมประชุมกันเพื่อวิพากษ์การสอนและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ จากนั้นผู้วิจัยจึงทำการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว กระบวนการศึกษาชั้นเรียนในลักษณะดังกล่าวจะดำเนินการต่อเนื่องกันไปจนสิ้นสุดกระบวนการจัดการเรียนรู้ 6. ปรับปรุงแก้ไขเพื่อนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

ระยะที่ 3 การศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นต่อความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้ 1. ทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียน จากนั้นผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจวิเคราะห์เบื้องต้น และสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่ผู้วิจัยเข้าใจไม่ชัดเจนจากการเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียน 2. จำแนกลักษณะพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหามาก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 30 คน ออกเป็นกลุ่ม โดยใช้ผู้วิเคราะห์จำนวน 3 คน ร่วมกันวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบและโปรโตคอลบทสัมภาษณ์ 3. จัดการเรียนรู้ตามกิจกรรมที่พัฒนาขึ้น 4. ทดสอบหลังเรียนจากนั้นผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจวิเคราะห์เบื้องต้น และสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่ผู้วิจัยเข้าใจไม่ชัดเจนจากการเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียน 5. จำแนกลักษณะพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาลงเรียนของนักเรียนทั้ง 30 คน ออกเป็นกลุ่มโดยใช้กรอบแนวคิดในการจำแนกพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหามาที่กำหนดไว้เป็นกรอบในการจำแนก 6. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามาของนักเรียน โดยพิจารณาจากพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหามาก่อนและหลังเรียน

ผลการวิจัย

พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

พฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียนสามารถจำแนกออกได้เป็น 4 กลุ่ม ซึ่งผู้วิจัยกำหนดรหัสเป็นกลุ่ม US (Unsolvable) กลุ่ม NP (No Process) กลุ่ม NK (Not Have Knowledge) และกลุ่ม PS (Problem Solver) ใน 4 กลุ่มนี้สามารถจำแนกออกได้เป็น 2 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มที่มีโอกาสแก้ปัญหาได้ (NP NK และ PS) กับกลุ่มที่ไม่มีโอกาสแก้ปัญหาได้ (US) ซึ่งสองกลุ่มนี้แตกต่างกันที่ทักษะการคิดขั้นสูง นักเรียนที่ไม่มีทักษะการคิดขั้นสูงจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้เลย และเมื่อพิจารณาเฉพาะในกลุ่มที่มีโอกาสที่จะแก้ปัญหาได้จะสามารถจำแนกออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีความแน่นอนในการแก้ปัญหา (NK และ PS) และกลุ่มที่ไม่มีความคงเส้นคงวาในการแก้ปัญหา (NP) ซึ่งสองกลุ่มนี้มีความแตกต่างกันสองประการ ได้แก่ ความเด่นชัดของทักษะการคิดขั้นสูง กลุ่ม NK และ PS จะมีทักษะการคิดขั้นสูงที่เด่นชัดมาก ส่วนกลุ่ม NP จะมีทักษะการคิดขั้นสูงอยู่ในระดับหนึ่งแต่ไม่เด่นชัด และนิสัยในการแก้ปัญหตามกระบวนการของโพลยา กลุ่ม NK และ PS จะมีนิสัยในการแก้ปัญหที่ดี กล่าวคือทุกครั้งที่จะแก้ปัญหามีการปฏิบัติตามขั้นตอนการแก้ปัญหามารอบทุกขั้น ในขณะที่นักเรียนกลุ่ม NP จะไม่มีพฤติกรรมดังกล่าวโดยเฉพาะในขั้นตอนของการตรวจสอบและสุดท้ายเมื่อพิจารณาถึงผลไปอีกเฉพาะในกลุ่มของนักเรียนที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างคงเส้นคงวาก็สามารถจำแนกออกได้เป็น 2 กลุ่ม อีกเช่นกันคือกลุ่ม PS ซึ่งจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และนักเรียนกลุ่ม NK ซึ่งจะใช้วิธีการที่ไม่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา หรือไม่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

๑. ในการเตรียมตัวสอบสมัครใจว่าจะอ่านหนังสือเล่มหนึ่งกี่ 120 หน้า ให้อ่านภายในเวลา ๕ วัน ถ้าแต่ละวันจะอ่านหนังสือได้มากกว่าวันละ 10 หน้า ในวันแรกสมัครใจจะอ่านหนังสือให้กี่หน้า $x + 10 = \frac{120}{5}$ $5x + 50 = 120 - 50$ $5x = 70$ $x = \frac{70}{5}$ $x = 14$ นักเรียนคนดังกล่าวสร้างสมการ $x + 10 = \frac{120}{5}$ เมื่อ x คือจำนวนหน้าที่ย่านได้วันแรก ที่ไม่ได้มีความหมายสอดคล้องกับโจทย์ปัญหาเลย เพราะสมการดังกล่าวหมายถึง จำนวนหน้าที่ย่านได้ในวันที่สอง ($x + 10$) เท่ากับ $\frac{120}{5} = 24$ หน้า ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในโจทย์ปัญหา ก	๒. สองในสามของเงินเดือนของพ่อมากกว่าเงินเดือนของแม่อยู่ 1,000 บาท ถ้าแม่มีเงินเดือน 28,000 แล้วพ่อก็มีเงินเดือนกี่บาท ให้เงินเดือนพ่อ เท่ากับ X $\frac{2}{3}X - 1000 = 28000$ $\frac{2}{3}X = 28000 + 1000$ $X = 29000 \times \frac{3}{2}$ $X = 43500$ สรุป 43,500 บาท เพราะความไม่รอบคอบทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง กล่าวคือแทนที่นักเรียนจะบวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 1000 แต่กลับไปลบด้วย 1000 ซึ่งความคิดพลาดดังกล่าวเป็นความคิดพลาดที่เกิดจากความเลินเล่อ ซึ่งถ้าเขาได้ทำการตรวจสอบผลการแก้ปัญหาก็จะทราบได้ทันทีว่าคำตอบที่ได้ไม่น่าเชื่อถือ ทำให้เขาได้ลองย้อนกลับไปหาคำตอบก่อนหน้าที่ทำมาทั้งหมดว่ามีความผิดพลาดหรือบกพร่องที่ขั้นตอนไหน อย่างไร ข
---	---

ภาพที่ 1ก พฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่ม US 1ข พฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่ม NP

๓. หงส์มีลูกแก้วอยู่เต็มกล่อง แบ่งให้น้องหนึ่งในสามของลูกแก้วทั้งหมด เมื่อแบ่งแล้วหงส์เหลือลูกแก้วอยู่ 40 ลูก จงหาจำนวนลูกแก้วที่แบ่งให้น้อง $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} \times 60 = 40$ $60 - 40 = 20$ นักเรียนแสดงวิธีการคิดที่เป็นธรรมชาติคือใช้ภาพแสดงความหมายแทนตัวแปร โดยภาพที่วาดของนักเรียนหมายถึงจำนวนลูกแก้วทั้งหมด ภาพ $\times \frac{1}{3}$ หมายถึงน้องมีลูกแก้วเท่ากับหนึ่งในสามของลูกแก้วทั้งหมด $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 40$ หมายถึง จำนวนลูกแก้วทั้งหมดลบออกหนึ่งในสามเหลือสองในสาม ซึ่งสองในสามของลูกแก้วทั้งหมดมีจำนวนเท่ากับ 40 ลูก 2×40 หมายถึง หนึ่งในสามเท่ากับ 20 และ $20 \times 3 = 60$ จำนวนลูกแก้วทั้งหมด (3 ส่วน เท่ากับ 60 ลูก และ $60 - 40 = 20$ หมายถึงจำนวนลูกแก้วทั้งหมดลบด้วยสองในสามส่วนเท่ากับจำนวนลูกแก้วที่แบ่งให้น้อง ก	๔. แม่ส่วนหนังสือเล่มหนึ่งโดยในวันแรกอ่านได้ $\frac{1}{5}$ ของเล่ม วันที่สองอ่านได้ 30 หน้า รวมสองวันอ่านได้ครึ่งเล่มพอดี จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีกี่หน้า วิธีทำ จำนวนหน้าของหนังสือ $\times$ บ้าง รวมสองวันอ่านได้ครึ่งเล่มพอดี $\frac{1}{5}x + 30 = \frac{1}{2}x$ จำนวนหน้าของหนังสือ $\times$ บ้าง $\frac{1}{2}x$ จิตใจผมกลัวว่า $\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x + 30$ จำนวนหน้าของหนังสือ $\times$ บ้าง $\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}x = \frac{1}{5}x + 30 - \frac{1}{5}x$ $\frac{3}{10}x = 30$ บ้าง $\frac{3}{10}x$ หมายถึงสองเท่า $\frac{3}{10}x = 30$ $x = 100$ หนังสือเล่มนี้มี 100 หน้า หนังสือเล่มนี้มี 100 หน้า $\frac{1}{5} \times 100 = 20$ $20 + 30 = 50$ $50 = 50$ ข
---	---

ภาพที่ 2ก พฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่ม NK 2ข พฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่ม PS

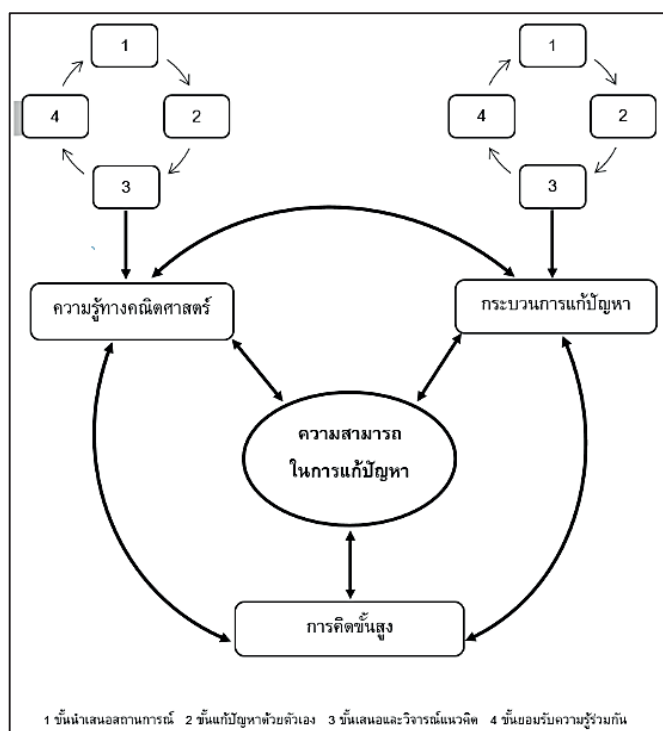
ภาพที่ 1ก เป็นตัวอย่างของนักเรียนกลุ่ม US ซึ่งมีความอ่อนด้อยในทุกองค์ประกอบของการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มนี้จะไม่เข้าใจปัญหา ไม่มีการประเมินความสมเหตุสมผลของกระบวนการทั้งหมด และไม่ได้ตระหนักถึงสิ่งที่ตนเองคิดมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ขาดการปฏิบัติตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา และมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เลย **ภาพที่ 1ข** เป็นตัวอย่างของนักเรียนกลุ่ม NP ซึ่งจะมีทักษะการคิดขั้นสูงอยู่ในระดับหนึ่ง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา สามารถนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการสร้างตัวแบบในการแก้ปัญหาได้ มีความรู้ความเข้าใจเป็นอย่างดีในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา แต่จุดอ่อนสำคัญคือนิสัยการแก้ปัญหาก็จะดำเนินการ ไม่ครบตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ส่งผลให้บางครั้งอาจมีข้อผิดพลาดจากความเลินเล่อ **ภาพที่ 2ก** เป็นตัวอย่างของนักเรียนกลุ่ม NK ซึ่งมีลักษณะเด่นในเรื่องทักษะในการคิดขั้นสูง สามารถวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างมีความหมายและสมเหตุสมผลจนนำไปสู่การสร้างตัวแบบในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้ มีนิสัยที่ดีในการแก้ปัญหตามกระบวนการของโพลยา มีการทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบย้อนกลับ แต่จุดอ่อนของนักเรียนกลุ่มนี้คือการขาดการอ้างอิงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการอธิบายหรือนำเสนอความคิดของตน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหจะเป็นวิธีการที่เป็นธรรมชาติทางความคิด (Natural Ways of Thinking) โดยอาศัยหลักของความตระหนักรู้ตามเหตุและผลซึ่งเป็นผลโดยตรงมาจากการที่นักเรียนมีทักษะในการคิดขั้นสูง ซึ่งข้อเสียก็คือการสื่อสารความคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้หรือเข้าใจได้ยาก เพราะไม่ต้องอยู่บนหลักการที่เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการ **ภาพที่ 2ข** เป็นตัวอย่างของนักเรียนกลุ่ม PS ซึ่งเป็นกลุ่มของนักแก้ปัญหา มีทักษะในการคิดขั้นสูง สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่กับสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างสมเหตุสมผล มีความตระหนักรู้ในความคิดของตน สามารถทำความเข้าใจและจัดการกับกระบวนการรับรู้ของตัวเอง มีการจัดระบบข้อมูลจากความรู้ที่มีอยู่เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน และการประเมินความสมเหตุสมผลของกระบวนการทั้งหมด มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหเป็นอย่างดี มีความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้มากกว่าการรับรู้หรือการรวบรวมข้อเท็จจริง และเป็นมากกว่าความสามารถทำตามขั้นตอนหรือกระบวนการต่าง ๆ ได้ แต่มันคือความสามารถในการคิดที่ยืดหยุ่นในการตัดสินใจว่าทำไมข้ออ้างทางคณิตศาสตร์จึงถูกต้องหรือสามารถรับได้ มีนิสัยการแก้ปัญหที่ดี กล่าวคือมีการปฏิบัติตามทุกขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ขั้นการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนจะมีความตระหนักรู้ว่ามีข้อมูลอะไรอยู่บ้าง ข้อมูลเหล่านั้นหมายความว่าอย่างไร เข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ถาม ขั้นการวางแผนแก้ปัญหานักเรียนจะมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่คิดเชื่อมโยงไปสู่การสร้างแนวทางในการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนจะมีการลงมือแก้ปัญหตามวิธีการที่วางแผนไว้ได้โดยไม่มีข้อผิดพลาด มีการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ขั้นการตรวจสอบผลนักเรียนจะมีการคิดย้อนกลับจากคำตอบที่ได้ไปยังปัญหาวามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ทุกครั้งอย่างเป็นธรรมชาติ

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดในการจำแนกพฤติกรรมการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

องค์ประกอบ / กลุ่ม	US	NP	NK	PS
ลักษณะทั่วไป	ขาดองค์ประกอบทั้งสามส่วน	มีจุดอ่อนด้านกระบวนการแก้ปัญหา	มีจุดอ่อนด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์	มีองค์ประกอบครบทั้งสามส่วน
การคิดขั้นสูง	ไม่มี	มีอยู่ในระดับหนึ่ง	เด่นชัดมาก	เด่นชัดมาก
กระบวนการแก้ปัญหา	ปฏิบัติไม่ครบขั้นตอนทุกครั้งที่แก้ปัญหา	ปฏิบัติไม่ครบขั้นตอนทุกครั้งที่แก้ปัญหา	มีนิสัยการแก้ปัญหที่ดี ปฏิบัติครบขั้นตอนทุกครั้งที่แก้ปัญหา	มีนิสัยการแก้ปัญหที่ดี ปฏิบัติครบขั้นตอนทุกครั้งที่แก้ปัญหา
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	มีความรู้ในระดับข้อเท็จจริง	มีความรู้ในระดับข้อเท็จจริง	มีความรู้ในระดับข้อเท็จจริง	ความรู้ในระดับความสัมพันธ์
ผลการแก้ปัญหา	ไม่สามารถแก้ปัญหได้	แก้ปัญหได้บางข้อที่ไม่มี ความซับซ้อน ความผิดพลาด เกิดจากความเลินเล่อโดยไม่รู้ตัว	แก้ปัญหได้โดยใช้วิธีธรรมชาติทางความคิด แม้จะทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีปัญหในเรื่องของการสื่อสารความคิด	แก้ปัญหได้โดยใช้วิธีการที่อยู่บนพื้นฐานของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สื่อสารความคิดได้อย่างเหมาะสม
คำสำคัญ	ขาดความรู้ ขาดความคิด ขาดนิสัย	มีความรู้ มีความคิด ขาดนิสัย	มีความคิด นิสัยดี ไม่มีความรู้	มีความคิด นิสัยดี มีความรู้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวิจัยในครั้งนี้ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ซึ่งให้ความสำคัญกับองค์ประกอบ 3 ส่วน ได้แก่ ทักษะการคิดขั้นสูง กระบวนการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหา โดยมองว่าองค์ประกอบทั้งสามมีความสัมพันธ์กันในลักษณะที่ส่งเสริมกันและกัน ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้แต่ละครั้งต้องกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ เพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด เพื่อพัฒนานิสัยการแก้ปัญหาตามกระบวนการของโพลยา และเพื่อพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง การพัฒนาองค์ประกอบทั้งสามสามารถทำไปพร้อมกันได้ โดยผ่านจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความเข้าใจซึ่งมีหลักการว่าความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์เป็นมากกว่าการรับรู้ข้อเท็จจริงหรือสามารถทำตามขั้นตอนได้ แต่เป็นการคิดที่ยืดหยุ่นในการตัดสินใจว่าทำไมข้ออ้างหรือคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้จึงถูกต้อง ทำให้กฎทางคณิตศาสตร์จึงสามารถรับได้ (Make Sense) ในการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ให้เกิดความเข้าใจนักเรียนต้องเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองจากความรู้เดิมที่มีอยู่ และครูผู้สอนต้องออกแบบกิจกรรมจากพื้นฐานที่ว่านักเรียนมีความรู้อะไรที่เกี่ยวข้องอยู่แล้วและควรต้องให้นักเรียนเรียนรู้อะไรเพิ่ม จากนั้นจึงท้าทายและสนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้ออกแบบขั้นตอนในการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความเข้าใจซึ่งประกอบด้วย **ขั้นนำเสนอสถานการณ์** เป็นขั้นตอนที่ครูกำหนดสถานการณ์หรือชิ้นงานให้นักเรียนเป็นรายกลุ่มหรือรายบุคคล โดยชิ้นงานที่กำหนดต้องออกแบบให้เชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมของนักเรียนและความรู้ใหม่ที่กำลังจะเกิดขึ้น **ขั้นแก้ปัญหาด้วยตนเอง** เป็นขั้นตอนที่ให้เวลากับผู้เรียนในการหาข้อสรุปของชิ้นงาน **ขั้นนำเสนอและวิจารณ์แนวคิด** เป็นขั้นตอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเอง พร้อมทั้งให้เพื่อนร่วมชั้นวิจารณ์ โดยในขั้นตอนนี้บทบาทที่สำคัญของครูคือการพยายามกระตุ้นให้เกิดบรรยากาศของการอภิปรายแสดงความคิดเห็นให้เกิดขึ้น และเป็นผู้คอยสรุปแนวคิดที่นักเรียนนำเสนอหรือแสดงความคิดเห็นให้นักเรียนทั้งชั้นเข้าใจตรงกัน ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะมีโอกาสในการพัฒนาการคิดขั้นสูงหรือการเข้าใจในกระบวนการรับรู้ภายในของตนเองซึ่งประกอบไปด้วย การวางแผนการนำเสนอเหตุผลของตนเอง การทำความเข้าใจและตรวจสอบความคิดของผู้อื่น และการใคร่ครวญเทียบเคียงและขัดเกลาความคิดของตน **ขั้นยอมรับความรู้ร่วมกัน** เป็นธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่ว่าข้อสรุปถูกต้องโดยเหตุผลที่น่าเชื่อถือ ดังนั้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์แนวคิดที่สมบูรณ์จะถูกยอมรับจากชั้นเรียน โดยครูอาจไม่จำเป็นต้องเป็นผู้ยืนยันความถูกต้องกล่าวซึ่งเรียกว่า Sociomathematical Norms ดังนั้นในขั้นตอนนี้จึงเป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะได้ความรู้บททางคณิตศาสตร์ร่วมกันตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ดังภาพที่ 3



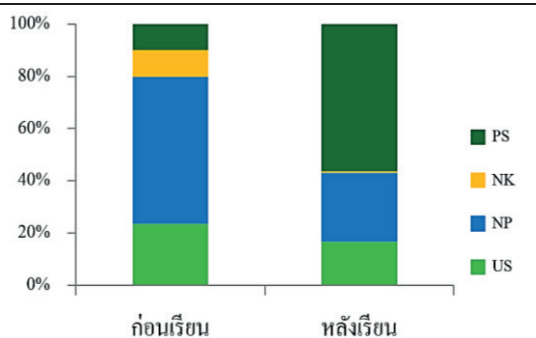
ภาพที่ 3 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นข้างต้น ผู้วิจัยได้นำกรอบแนวคิดดังกล่าวมาใช้ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ จากนั้นได้นำกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นไปใช้สอนจริงกับชั้นเรียนที่ผู้วิจัยจัดขึ้น ซึ่งผลจากการวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนเปรียบเทียบกันระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ ได้ผลดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 จำนวนนักเรียนจำแนกตามพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาก่อนและหลังเรียน

กลุ่ม/ ระดับชั้น	US		NP		NK		PS		รวม
	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง	
ม.1	3	2	5	1 + 1 = 2	2	0	0	4 + 2 + 0 = 6	10
ม.2	2	2	7	0 + 3 = 3	0	0	1	4 + 0 + 1 = 5	10
ม.3	2	1	5	1 + 2 = 3	1	0	2	3 + 1 + 2 = 6	10
รวม	7	5	17	2 + 6 = 8	3	0	3	11 + 3 + 3 = 17	30
ร้อยละ	23.4	16.7	56.6	26.7	10.0	0.0	10.0	56.6	



ข้อมูลจากตารางที่ 3 ในภาพรวมจะพบว่าก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 80 มีพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหายู่ในกลุ่ม US และกลุ่ม NP ซึ่งเป็นกลุ่มของนักเรียนที่มีความอ่อนด้อยในเรื่องของทักษะการคิดขั้นสูงและกระบวนการแก้ปัญหา และมีนักเรียนส่วนน้อยคิดเป็นร้อยละ 20 มีพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหายู่ในกลุ่ม NK และกลุ่ม PS ซึ่งเป็นกลุ่มของนักเรียนที่มีจุดเด่นในเรื่องของทักษะการคิดขั้นสูงและกระบวนการแก้ปัญหา ในขณะที่หลังเรียนมีนักเรียนกลุ่ม US และกลุ่ม NP คิดเป็นร้อยละ 43.4 มีนักเรียนกลุ่ม PS รวมกันคิดเป็นร้อยละ 56.6 และไม่มีนักเรียนกลุ่ม NK และนั่นคือหลังเรียนมีนักเรียนที่มีความอ่อนด้อยในเรื่องของทักษะการคิดขั้นสูงและกระบวนการแก้ปัญหามากขึ้นในสัดส่วนใกล้เคียงกันกับนักเรียนที่มีจุดเด่นในเรื่องของทักษะการคิดขั้นสูงและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มจากแผนภูมิแท่งจะเห็นว่า นักเรียนที่มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาย่างชัดเจนที่สุดคือนักเรียนกลุ่ม NP และกลุ่ม NK ส่วนนักเรียนกลุ่ม US จะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ข้อมูลดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนที่สามารถพัฒนาขึ้นเป็นนักเรียนกลุ่ม PS ซึ่งเป็นกลุ่มของนักแก้ปัญหาที่ดี ทั้งหมดมาจากกลุ่มของนักเรียนที่มีจุดอ่อนในเรื่องของกระบวนการแก้ปัญหและความรู้ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 4 จำนวนนักเรียนที่มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาระหว่างก่อนและหลังเรียน

ก่อนเรียน → หลังเรียน	จำนวนนักเรียน
US → US	5
US → NP	2
NP → NP	6
NP → PS	11
NK → PS	3
PS → PS	3
รวม	30

จากตารางที่ 4 จะเห็นว่า **นักเรียนกลุ่ม US** พัฒนาขึ้นเป็นกลุ่ม **NP** จำนวน 2 คน อีก 5 คน ยังคงมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาอยู่ในกลุ่มเดิม และไม่มีนักเรียนในกลุ่มนี้ที่พัฒนาขึ้นเป็นกลุ่ม **NK** และกลุ่ม **PS** **นักเรียนกลุ่ม NP** มีเพียง 6 คน ที่ยังคงมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาอยู่ในกลุ่มเดิม ไม่มีนักเรียนที่พัฒนาขึ้นเป็นกลุ่ม **NK** และพัฒนาขึ้นเป็นกลุ่ม **PS** จำนวน 11 คน **นักเรียนกลุ่ม NK** ทุกคนพัฒนาขึ้นเป็นกลุ่ม **PS** **นักเรียนกลุ่ม PS** หลังเรียนมีนักเรียนที่เพิ่มขึ้นมาจากกลุ่ม **NP** จำนวน 11 คน และมาจากกลุ่ม **NK** จำนวน 3 คน และไม่มีนักเรียนจากกลุ่ม **US** ที่พัฒนาขึ้นเป็นนักเรียนในกลุ่มนี้

สรุปและอภิปรายผล

ผลจากการวิจัยในครั้งนี้พบว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน สาเหตุของความแตกต่างที่สำคัญที่สุดมาจากปัจจัยด้านทักษะการคิดขั้นสูง ซึ่งเป็นความสามารถในการทำความเข้าใจและจัดการกับกระบวนการรับรู้ของตัวเอง ทักษะดังกล่าวจะเกิดขึ้นในทุกขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนที่ขาดทักษะการคิดขั้นสูงจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้เลย (นักเรียนกลุ่ม **US**) ส่วนนักเรียนที่มีโอกาสจะแก้ปัญหาได้คือนักเรียนที่มีทักษะการคิดขั้นสูงอยู่ในระดับหนึ่ง นอกจากนี้ทักษะการคิดขั้นสูงยังส่งผลโดยตรงต่อนิสัยในการแก้ปัญหานักเรียนตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา กล่าวคือ นักเรียนที่มีจุดเด่นในเรื่องทักษะการคิดขั้นสูงจะสามารถจัดระบบข้อมูลจากความรู้ที่มีอยู่เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน และการประเมินความสมเหตุสมผลของกระบวนการทั้งหมด ในขณะที่นักเรียนซึ่งมีทักษะการคิดขั้นสูงในระดับที่ไม่เด่นชัดมากนักจะไม่มีนิสัยในการแก้ปัญหที่ดี ซึ่งส่วนใหญ่จะจะไม่มีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของกระบวนการแก้ปัญหของตน (นักเรียนกลุ่ม **NP**) แต่ทั้งนี้แม้ว่าปัจจัยด้านทักษะการคิดขั้นสูงเป็นสิ่งจำเป็นแต่ก็ไม่เพียงพอ เพราะถ้ามีทักษะการคิดขั้นสูงแต่ขาดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ก็อาจจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้หรือแก้ปัญหายังไม่มีประสิทธิภาพ (นักเรียนกลุ่ม **NK**) ดังนั้นการส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี (นักเรียนกลุ่ม **PS**) จึงจำเป็นต้องให้ความสำคัญกับองค์ประกอบทั้งสามส่วนคือ ทักษะการคิดขั้นสูง กระบวนการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหา ซึ่งผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับผลการวิจัยของกูด [10] ที่พบว่านักเรียนที่แก้ปัญหาไม่สำเร็จจะใช้การคิดขั้นสูงในการตัดสินใจระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาน้อยมาก แต่ในกรณีที่สามารถแก้ปัญหาได้พบว่านักเรียนจะใช้การคิดขั้นสูงในการตัดสินใจระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา ในกลุ่มมีการทำทนายให้เกิดการคิดและการปฏิเสธแนวคิดที่ไม่เข้าประเด็น และนักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะช่วยการค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยหลายชิ้นยืนยันว่าการคิดขั้นสูงคือองค์ประกอบสำคัญและส่งผลกระทบอย่างมากต่อกระบวนการแก้ปัญหา ความล้มเหลวในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นผลมาจากความอ่อนด้อยของทักษะการคิดขั้นสูง [1, 5-6, 11] ผลวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของนักคณิตศาสตร์ศึกษาอีกหลายท่านที่ยืนยันว่า การแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์เป็นมากกว่าการเรียนรู้ขั้นตอนวิธีที่ตายตัว และความรู้เดิมเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างมากเพราะความรู้เดิมของนักเรียนจะทำให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา และสามารถหากลวิธีในการแก้ปัญหาได้ [5-6, 12]

จากสาเหตุและความบกพร่องซึ่งเป็นอุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ที่พบจากการวิจัยในครั้งนี้ นำไปสู่การพัฒนาแบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเมื่อนำไปทดลองใช้กับนักเรียนพบว่า แบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ให้ความสำคัญกับองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่ ทักษะการคิดขั้นสูง กระบวนการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความเข้าใจ สามารถช่วยให้นักเรียนบางกลุ่มที่ใช้เป็นกรณีศึกษาในครั้งนี้สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งได้แก่นักเรียนกลุ่มที่เดิมมีทักษะการคิดขั้นสูงอยู่ในระดับหนึ่งแต่มีความอ่อนด้อยในด้านของกระบวนการแก้ปัญหา (นักเรียนกลุ่ม **NP**) และกลุ่มของนักเรียนที่เดิมมีจุดเด่นในด้านทักษะการคิดขั้นสูงแต่มีความอ่อนด้อยในเรื่องของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (นักเรียนกลุ่ม **NK**) ซึ่งผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าแบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นในครั้งนี้มีส่วนช่วยในการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงให้สมบูรณ์ขึ้นและส่งผลต่อเนื่องไปสู่การมีนิสัยการแก้ปัญหาที่ดีตามกระบวนการของโพลยา และกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามแบบดังกล่าวยังสามารถช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี ผลการวิจัยในครั้งนี้สอดคล้องกับข้อเสนอของซอนฟิลด์ [6] ที่ได้นำเสนอองค์ประกอบเกี่ยวกับความรู้และพฤติกรรม 4 ลักษณะที่มีความสำคัญต่อการแก้ปัญหา ได้แก่ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการหรือเทคนิคใน

แก้ปัญหา การคิดขั้นสูง และความเชื่อหรือเจตคติ โดยเขามีความเชื่อว่าการคิดขั้นสูงจะมีความสำคัญอย่างมากในขั้นเริ่มต้นที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและในขั้นสุดท้ายที่นักเรียนต้องประเมินความเหมาะสมของคำตอบของกระบวนการแก้ปัญหา และสอดคล้องกับข้อเสนอแนะของโพลยา [13] ที่แนะนำว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมีผลโดยตรงมาจากครู นักเรียนจะเรียนรู้เพียงการท่องจำวิธีการหรือเรียนรู้การใช้งานคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาก็ขึ้นอยู่กับว่าครูให้ความรู้กับเขาอย่างไร ถ้าครูใช้เวลาส่วนใหญ่ไปกับการเน้นให้เด็กฝึกทำตามขั้นตอนวิธีที่เท่ากับการจัดวางพัฒนาการทางสติปัญญา แต่ถ้าครูได้ทำทบทวนความเข้าใจของนักเรียนโดยการมอบปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน และช่วยตั้งคำถามที่นำไปสู่การทดสอบที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหานั้นได้ ก็เท่ากับการพัฒนาทักษะการคิดอย่างอิสระ ทักษะการแก้ปัญหาไม่สามารถเรียนรู้ได้อย่างเป็นอัตโนมัติแต่จะต้องเป็นการปลูกฝังผ่านการฝึกหัดประสบการณ์ ถ้าปราศจากโอกาสในการฝึกแก้ปัญหาที่เหมาะสมก็ไม่มีทางที่นักเรียนจะเป็นนักแก้ปัญหาก็ได้ แต่อย่างไรก็ตามผลการวิจัยอีกส่วนหนึ่งพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นในครั้งนี้ไม่สามารถใช้ได้ผลกับกลุ่มของนักเรียนที่เดิมมีจุดอ่อนอย่างมากในเรื่องของทักษะการคิดขั้นสูง (นักเรียนกลุ่ม US) ทั้งนี้สาเหตุอาจเนื่องมาจากทักษะการคิดขั้นสูงเป็นความสามารถที่เป็นผลมาจากประสบการณ์การเรียนรู้ที่ผ่านมา ซึ่งต้องใช้เวลาในการค่อย ๆ ส่งเสริมผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม ดังนั้นในระยะเวลาอันสั้นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นในครั้งนี้จึงใช้ไม่ได้ผลกับนักเรียนกลุ่มนี้ ดังคำกล่าวของเชอสตัน [14] ที่กล่าวว่า “คณิตศาสตร์ไม่ใช่ต้นปาล์มที่มีลำต้นเดี่ยวสูงยาวและปกคลุมไปด้วยทางใบที่แยกจากกัน แต่มันคือต้นไทรที่เต็มไปด้วยลำต้นและกิ่งก้านจำนวนมากที่เชื่อมต่อกันและกัน และเติบโตขึ้นเรื่อย ๆ เหมือนป่าดงดิบ เชิญชวนให้เราเข้าไปปีนป่ายและสำรวจ”

เอกสารอ้างอิง

- [1]Siripom Tiphong. (1993). **Theory and Teaching Method in Mathematics**. Bangkok: Faculty of Education, Kasetsart University.
- [2]The institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2012). **Professional Math Teacher**. Bangkok: 3-Q Media.
- [3]Flavell, J.H. (1979). “Metacognition and Cognitive Monitoring: A New Area of Cognitive Developmental Inquiry”, **American Psychologist**. 34, 906-911.
- [4]Lesh, R. and Akerstrom, M. (1982). “Applied Problem Solving”. In **Mathematical Problem Solving: Issues in Research**. Edited by F.K. Lester and J. Garofalo. 55-85. Philadelphia: The Franklin Institute
- [5]Silver, E.A. (1982). “Knowledge Organization and Mathematical Problem Solving”, In **Mathematical Problem Solving: Issues in Research**. Edited by F.K. Lester and J. Garofalo. 20-22. Philadelphia: The Franklin Institute.
- [6]Schoenfeld, A.H. (1992). “Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics”, In **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Reston. VA: NCTM.
- [7]Glaserfeld, E. (1989). “Constructivism in Education”, In **The International on Encyclopedia of Education**. Edited by T. Husen and T.N. Postlethwaite. 162-163. New York: Pergomman.
- [8]Polya, G. (1957). **How to Solve It**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- [9]Piaget, J. (1964). “Development and Learning”, **Journal of Research in Science Teaching**. 2, 176-180.
- [10]Goos, M. (2002). “Understanding Metacognitive Failure”, **Journal of Mathematical Behavior**. 21(3), 283-302.
- [11]Wilson, J.W., Fernandez, M.L. and Hadaway, N. (1993). “Mathematical Problem Solving”, In **Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics**. New York: Macmillan Publish Company.
- [12]Mayer, R.E. (1982). “The Psychology of Mathematical Problem Solving”, In **Mathematical Problem Solving: Issues in Research**. Edited by F.K. Lester and J. Garofalo. 1-13. Philadelphia: The Franklin Institute.
- [13]Polya, G. (1945). **How to Solve It**. New York: Doubleday & Co.
- [14]Thurston, W.P. (1990). “Letter from the Editor”, **Quantum**. January 1(1), 6-7.