



การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

A Study of Misconceptions and Mistakes in Mathematics on Greatest Common
Divisor and Least Common Multiple of Sixth Grade Students

กัญญาภรณ์ นางงาม^{1*}, ปิณณวิชญ์ ไบกุลลาบ², และ อุเทน ปุ่มสันเทียะ³
Kanyaporn Nang-ngam¹, Punnavit Baikularb², and Uthen Pumsanthia³

¹นักศึกษา, คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก 65000

²ผศ.ดร., คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก 65000

³อาจารย์, คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก 65000

¹Bachelor student, Faculty of Education, Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

²Lecturer, Faculty of Education, Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

³Lecturer, Faculty of Education, Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

Received: 25 March 2024

Revised: 18 November 2024

Accepted: 17 December 2024

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีกลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดอรุณญิก จังหวัดพิษณุโลก ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 20 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. แบบอัตนัย วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกิดมโนทัศน์และข้อผิดพลาด ดังนี้ 1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ทฤษฎีบท ฏ กฏ สูตร และข้อเท็จจริง ร้อยละ 43.67 2) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ ร้อยละ 8 3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด ร้อยละ 6.67 4) ข้อผิดพลาด ร้อยละ 5.33 และ 5) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ร้อยละ 1.67 ตามลำดับ

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน; ข้อผิดพลาด; ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

*Corresponding Author: nngtnp@gmail.com

Abstract

This research aimed to study inaccurate concepts and mathematical errors about the Greatest common Divisor and Least common Multiple of grade 6 students with a target group of grade 6 students at Ban Plai Chumphon School Phitsanulok Province who studied in semester 1, academic year 2023, 20 people. The tools used to collect information were inaccurate concept measurements and subjective mathematical errors on Greatest common Divisor and Least common Multiple. Analyze data by figuring out frequencies, percentages, and content analysis.

The results of the results showed that students had m's conception regarding the following concepts and errors: 1) The use of definitions, theorems, rules, formulas and facts, 43.67 percent. 2) The meaning of the words used in mathematics, 8 percent. 3) The concept that is wrong in the method of operation and miscalculation, 6.67 percent, 4) Error 5.33 percent and 5) The communication the meaning of mathematics, 1.67 percent.

Keywords: Misconceptions; Mistake; Greatest Common Divisor and Least Common Multiple

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และถูกต้อง สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ซึ่งได้มีนักวิจัยหลายท่านได้ให้ความหมายของคำว่ามโนทัศน์ดังนี้ น้ำผึ้ง บุญยเกียรติ และ นพพร แหยมแสง (2564) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “ความคิด ความเชื่อ ความเข้าใจผิด หรือความเข้าใจไม่ถูกต้องในการนำไปใช้ในการแปลความ หรือคิดคำนวณที่ผิดและเป็นความคิดที่ต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับกันในสังคม อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล” ซึ่งสอดคล้องกับไข่มุก เลื่องสุนทร (2552, น. 14) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความสำคัญหรือความคิดรวบยอดที่แตกต่างไปจากความจริง และเป็นความคิดที่ต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับกันในสังคม อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล ซึ่งวัดได้จาก

การทำแบบวัด” จากความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึง ความรู้ ความคิด ความเข้าใจ ประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งจนสามารถสรุปแยกแยะประเด็น ประเภท จัดหมวดหมู่ได้ รวมไปถึงสามารถสรุปจนได้นิยาม หรือคำจำกัดความของเรื่องนั้น ๆ ซึ่ง อัมพร ม้าคนอง (2558, น. 15) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะความสำคัญ ความหมาย ที่มาหรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของนามธรรมนั้น” ซึ่งความสำคัญของการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งานครูที่มีมโนทัศน์ดีและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและลึกซึ้ง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหา และสร้างคำถามขยายความเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ สำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

การเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนยังมีอีกหนึ่งสิ่งที่มักเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นั่นก็คือข้อผิดพลาด (Mistakes) ซึ่งข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์อาจเกิดจากสาเหตุที่หลากหลาย ถึงแม้ว่าข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะมีความเกี่ยวข้องกัน แต่ความหมายของคำทั้งสองมีความแตกต่างกัน ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของข้อผิดพลาด ดังนี้ พรธิดา สุขกรม (2557, น. 30) ได้ให้ความหมายของข้อผิดพลาดไว้ว่า ข้อผิดพลาด คือ ความผิดพลาดที่ไม่เป็นระบบเป็นความผิดพลาดบัง หรือเบี่ยงเบนจากความถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากความสะเพร่า การให้เหตุผลที่รวดเร็วเกินไป โดยข้อผิดพลาดเกิดจากความไม่ตั้งใจ ไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ แต่สามารถเกิดขึ้นได้แม้ในขณะที่ทำงานโดยมีความเข้าใจในพื้นฐานอย่างทั่วถึง ซึ่งสอดคล้องกับ Makonye (2010) ได้อธิบายไว้ว่า ข้อผิดพลาดในคณิตศาสตร์อาจเกิดจากสาเหตุที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นจากความสะเพร่า ขาดสมาธิในการทำงาน ซึ่งข้อผิดพลาดไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ โดยคำตอบอาจเป็นคำตอบที่ผิด แต่นักเรียนสามารถแก้ไขหรือทำให้ถูกต้องด้วยตนเองได้อย่างง่ายดาย

ครูและนักเรียนบางส่วนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ไม่ถูกต้องมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวหารร่วมของจำนวนสามจำนวน ซึ่งโจทย์กำหนดให้จงหา ห.ร.ม. ของ 7, 21 และ 84 นักเรียนนำ 7 มาหารจำนวนทั้งสามจำนวนจะได้ผลลัพธ์ ได้แก่ 1, 3 และ 12 ตามลำดับ จากนั้นนักเรียนยังนำ 3 มาหาร 1, 3 และ 12 ซึ่งหารได้แค่ 2 จำนวน นั่นคือ 3 และ 12 แต่นักเรียนได้ผลลัพธ์เป็น 1, 1 และ 4 ตามลำดับ ซึ่งการดำเนินการที่ถูกต้อง จำนวนที่นำมาหารต้องหารได้ลงตัวทั้งสามจำนวน และจะสังเกตเห็นว่า $1 \div 3 \neq 1$ มโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับตัวหารร่วมมาก ณรงค์ ปันนัม (2548) ถ้า a, b เป็นจำนวนเต็มใด ๆ จำนวนเต็ม d จะเรียกว่า **ตัวหารร่วม** (Common Divisor) ของ a และ b ถ้า $d \mid a$ และ $d \mid b$ ดังนั้นเซตของตัวหารร่วมจะไม่เป็นเซตว่างเพราะว่ามี 1, -1 เป็นตัวหารร่วมของ a

และ b เสมอ เซตของตัวหารร่วมจะเป็นเซตจำกัด เมื่อ $a \neq 0$ หรือ $b \neq 0$ และเป็นเซตอนันต์ เมื่อ $a = b = 0$ จากบทนิยามกำหนดให้ a, b เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a \neq 0$ หรือ $b \neq 0$ เราจะเรียกจำนวนเต็มบวก d ว่า **ตัวหารร่วมมาก (Greatest Common Divisor) หรือ ห.ร.ม. (g.c.d)** ของ a และ b เขียนแทนด้วย (a, b) ก็ต่อเมื่อ d มีสมบัติดังต่อไปนี้ (1) $d \mid a$ และ $d \mid b$ (2) ถ้า $c \mid a$ และ $c \mid b$ แล้ว $c \leq d$ และในส่วนของตัวคูณร่วมน้อยเป็นเรื่องที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับตัวหารร่วมมาก ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) สำหรับจำนวนเต็ม C จะกล่าวว่า c เป็น **ตัวคูณร่วม (Common Multiple)** ของ a และ b ที่ต่างก็ไม่เท่ากับศูนย์ ถ้า $a \mid c$ และ $b \mid c$ จากความหมายนี้จะเห็นได้ว่า $0, ab, -ab$ ต่างก็เป็นตัวคูณร่วมของ a และ b เสมอ แสดงว่า เซตของตัวคูณร่วมที่เป็นบวกจะไม่ใช่เซตว่าง จากหลักการจัดอันดับดี จะได้ว่าเซตนี้จะมีจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด เช่น เซตของตัวคูณร่วมที่เป็นบวกของ 8 และ 10 คือ 40, 80, 120, ... จะได้ว่า 40 เป็นสมาชิกที่มีค่าน้อยที่สุด เราเรียกจำนวน 40 นี้ว่า ตัวคูณร่วมน้อยของ 8 และ 10 ซึ่งเราให้นิยามตัวคูณร่วมน้อยดังต่อไปนี้ จากบทนิยาม กำหนดให้ $a, b \in \mathbb{Z}$ ซึ่ง $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ เราจะเรียกจำนวนเต็มบวก m ว่า **ตัวคูณร่วมน้อย (Least Common Multiple) หรือ ค.ร.น. (l.c.m.)** ของ a และ b เขียนแทนด้วย $[a, b]$ ก็ต่อเมื่อ m มีสมบัติดังต่อไปนี้ (1) $a \mid m$ และ $b \mid m$ (2) สำหรับจำนวนเต็มบวก c_1 ถ้า $a \mid c_1$ และ $b \mid c_1$ แล้ว $m \leq c_1$ ซึ่งเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ครูต้องเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับบทนิยามของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เพื่อถ่ายทอดองค์ความรู้ให้นักเรียนอย่างถูกต้องและลดการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่อไป

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของนักเรียน เพื่อเป็นข้อมูลที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำมาปรับใช้สำหรับการหาเทคนิควิธีการสอนที่เหมาะสมแก่นักเรียน รวมถึงเป็นข้อมูลให้ครูผู้สอนทราบถึงจุดที่ต้องระมัดระวัง ก่อนจัดการเรียนรู้ในบทเรียนที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงต่อเนื่องกัน หากครูผู้สอนไม่ทราบถึงลักษณะและสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จะทำให้ขาดข้อมูลในการเตรียมการเรียนการสอน ซึ่งอาจทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นิยามศัพท์เฉพาะ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเชื่อ ความเข้าใจผิดหรือเข้าใจไม่ถูกต้องในการนำกฎ กติกา หรือสูตรทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ชัดเจน ทำให้การนำไปใช้ในการแปลความหรือคิดคำนวณที่ผิดและความคิดที่ต่างไปจากแนวคิดที่ได้การยอมรับ อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจนของแต่ละคน

ข้อผิดพลาด หมายถึง ความผิดพลาดที่ไม่เป็นระบบ เป็นความพลาดพลั้ง หรือเบี่ยงเบนจากความถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ในเรื่องที่เรียน

โดยข้อผิดพลาดเกิดจากความไม่ตั้งใจ ไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ แต่สามารถเกิดขึ้นได้ แม้ในขณะที่ทำงาน โดยมีความเข้าใจในพื้นฐานอย่างทั่วถึงและสามารถแก้ไขได้

วิธีดำเนินการวิจัย

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การแบ่งประเด็นในการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ใช้กรอบแนวคิดจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555: 62) หนังสือครุคณิตศาสตร์มีอาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ โดยแยกเป็นหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 4 ประเด็น และข้อผิดพลาด 1 ประเด็น ดังนี้

หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 1 (Misconceptions 1 : MC₁) เกี่ยวกับการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และข้อเท็จจริง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน เช่น นักเรียนหาตัวประกอบของ 56 ได้ 7 และ 8 เพราะ $7 \times 8 = 56$

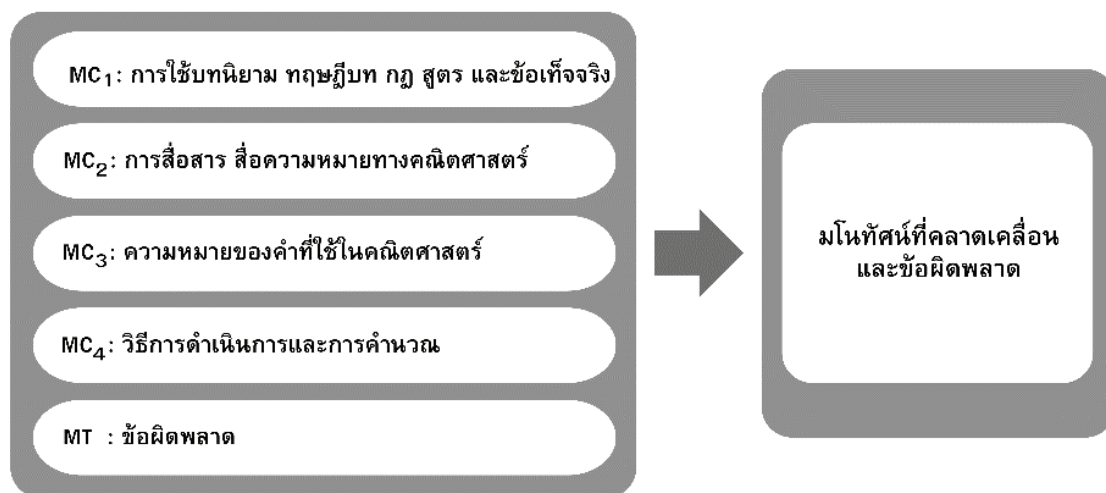
หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 2 (Misconceptions 2 : MC₂) เกี่ยวกับการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอที่นักเรียนใช้ เช่น การใช้สัญลักษณ์เครื่องหมายการหาร ($\div$) แทนการเขียนแสดงว่า “หาร” เช่น 8 เป็นตัวประกอบของ 48 เพราะ $8 \div 48$ ลงตัว

หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 3 (Misconceptions 3: MC₃) เกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของคำหรือข้อความ ที่บางข้อความอาจให้ไว้เป็นบทนิยาม ข้อตกลง หรือสมบัติ เช่น บทนิยาม “ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว” ข้อตกลง “จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และ ตัวเอง เรียกว่า จำนวนเฉพาะ” ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า ตัวประกอบเฉพาะ

หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 4 (Misconceptions 4: MC₄) เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด เช่น หา ห.ร.ม. ของ 7, 21 และ 84 คือ หาตัวหารร่วมมากของ 7, 21 และ 84 จะได้ ห.ร.ม. ของ 7, 21 และ 84 คือ $7 \times 3 \times 1 \times 1 \times 4 = 84$ หรือ หา ค.ร.น. ของ 38 และ 56 โดยการหาร คือ หาจำนวนนับที่หาร 38 และ 56 จะได้ ค.ร.น. ของ 38 และ 56 คือ $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 108$

ข้อผิดพลาด (Mistakes: MT) เกี่ยวกับประเด็นความผิดพลาด ความพลั้ง หรือเปียงเบนจากความถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากความสะเพร่า ความไม่รอบคอบการให้เหตุผลที่รวดเร็วเกินไป โดยข้อผิดพลาดเกิดจากความไม่ตั้งใจ ไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ แต่สามารถเกิดขึ้นได้แม้ในขณะที่ทำงานโดยมีความเข้าใจในพื้นฐาน เช่น การหา ค.ร.น. ของ 3, 27 และ 108 โดยการหาร คือ หาจำนวนนับที่หาร 3, 27 และ 108 จะได้ ค.ร.น. ของ 3, 27 และ 108 คือ $9 + 3 + 1 + 4 = 17$

ขอบเขตการวิจัย/กรอบแนวคิด



ภาพ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดอรัญญิกภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 20 คน

เครื่องมือที่ใช้วิจัย

แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม.และ ค.ร.น. มีข้อสอบทั้งหมด จำนวน 15 ข้อ ประกอบด้วย 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบเติมคำตอบ จำนวน 6 ข้อ และ ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำอย่างละเอียด จำนวน 9 ข้อ ผู้วิจัยนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อขอคำแนะนำและแก้ไขส่วนที่บกพร่อง จากนั้นส่งให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการทดสอบหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Consistency: IOC) อยู่ในช่วงช่วง 0.67 – 1.00 เมื่อนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย จำนวน 20 คน ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย พบว่า ส่วนที่เป็นแบบเติมคำตอบมีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.40 - 0.85 ค่าดัชนีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.43 - 0.74 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.729 ส่วนที่เป็นแบบอัตนัยมีค่าดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.69 ค่าดัชนีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.36 - 0.70 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัด ดังนี้

1. ส่วนที่เป็นแบบเติมคำตอบ กำหนดเกณฑ์ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน
2. ส่วนที่เป็นแบบอัตนัย กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังตาราง 1

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบแบบอัตนัย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบ
3	นักเรียนแสดงการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง
2	นักเรียนแสดงการแก้ปัญหาบางขั้นตอนถูกต้อง และได้คำตอบไม่ถูกต้อง
1	นักเรียนตอบเฉพาะคำตอบ ไม่แสดงวิธีทำ หรือตอบไม่ครบตามโจทย์กำหนด
0	นักเรียนไม่ตอบเลยหรือตอบไม่ถูก

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมาทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นนำผลการทำแบบทดสอบมาวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากผลการตรวจสอบแบบทดสอบ ดังนี้

1. วิเคราะห์เชิงเนื้อหา โดยพิจารณาลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์แต่ละประเด็นเกิดขึ้น มีลักษณะเป็นอย่างไร ตามกรอบแนวคิดจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555: 62) หนังสือครุคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ โดยแยกเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 4 ประเด็น และข้อผิดพลาด 1 ประเด็น ดังนี้

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 1 (Misconceptions 1: MC₁) เกี่ยวกับการใช้ บทนิยามทฤษฎีบทกฎ สูตร และข้อเท็จจริง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 2 (Misconceptions 2: MC₂) เกี่ยวกับการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอที่นักเรียนใช้

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 3 (Misconceptions 3: MC₃) เกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเด็นที่ 4 (Misconceptions 4 : MC₄) เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด

ข้อผิดพลาด (Mistakes: MT) เกี่ยวกับประเด็นความผิดพลาด ความพลาดพลั้ง หรือเปียงเบนจากความถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากความสับสน ความไม่รอบคอบการให้เหตุผลที่รวดเร็วเกินไป โดยข้อผิดพลาดเกิดจากความไม่ตั้งใจ ไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ แต่สามารถเกิดขึ้นได้แม้ในขณะที่ทำงานโดยมีความเข้าใจในพื้นฐาน

2. ผู้วิจัยจำแนกประเด็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ความถี่และคิดเป็นจำนวนร้อยละ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดอรัญญิก จังหวัดพิษณุโลก โดยมีผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่านักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ 4 รูปแบบ และเกิดข้อผิดพลาด 1 รูปแบบ ดังนี้

ตาราง 2 วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

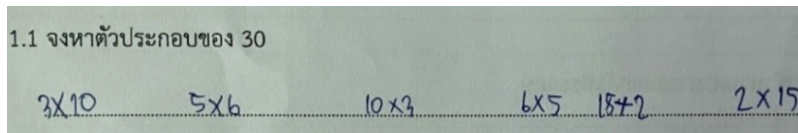
ข้อ	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions)				ข้อผิดพลาด (Mistakes)	ไม่เขียนหรือ เขียนไม่เสร็จ	จำนวนที่นักเรียน ทำข้อสอบ ถูกต้อง
	MC ₁	MC ₂	MC ₃	MC ₄			
1.1	2	0	0	8	3	0	7
1.2	6	0	0	7	2	0	5
1.3	10	0	7	0	0	0	3
1.4	11	0	4	0	1	0	4
2.1	10	0	1	0	1	0	8
2.2	11	0	2	0	0	0	7
3.1	9	0	2	0	2	0	7
3.2	16	0	0	2	0	1	1
3.3	5	0	7	0	0	1	7
	MC ₁	MC ₂	MC ₃	MC ₄			
3.4	15	0	0	2	0	3	0
3.5	9	0	1	0	4	3	3
3.6	10	1	0	0	0	4	5
4.1	7	3	0	0	0	9	1
4.2	4	1	0	0	0	9	6
5.1	6	0	0	1	3	9	1
รวม	131	5	24	20	16	39	65
ร้อยละ	43.67	1.67	8.00	6.67	5.33	13.00	21.67

มีจำนวนข้อสอบทั้งหมด 15 ข้อ ประกอบด้วย 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบเติมคำตอบ จำนวน 6 ข้อ และ ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำอย่างละเอียด จำนวน 9 ข้อ มีนักเรียนทำข้อสอบ ถูกทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 21.67 ไม่ได้เขียนหรือเขียนไม่เสร็จคิดเป็นร้อยละ 13 ซึ่งในกรณีที่ทำไม่ถูกต้องจะอธิบาย ดังนี้

ประเด็นที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสูงที่สุด คือ ประเด็นที่ 1 เกี่ยวกับการใช้ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และข้อเท็จจริง (MC_1) คิดเป็นร้อยละ 43.67 ลำดับที่ 2 คือ ประเด็นที่ 3 เกี่ยวกับ ความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ (MC_3) คิดเป็นร้อยละ 8 ลำดับที่ 3 คือ ประเด็นที่ 4 เกี่ยวกับการ ดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด (MC_4) คิดเป็นร้อยละ 6.67 ลำดับที่ 4 คือ ประเด็นที่ 5 ข้อผิดพลาด (Mistakes) คิดเป็นร้อยละ 5.33 และลำดับสุดท้าย คือ ประเด็นที่ 2 เกี่ยวกับการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (MC_2) คิดเป็นร้อยละ 1.67

มโนทัศน์และข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในแต่ละประเด็น ดังต่อไปนี้

ประเด็นที่ 1 เกี่ยวกับการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และข้อเท็จจริง



ภาพ 2 ตัวอย่างการหาตัวประกอบของนักเรียน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการหาตัวประกอบ นั่นคือ นักเรียนนำจำนวนที่คูณกันได้ 30 นั่นคือ $10 \times 3 = 30$, $5 \times 6 = 30$, $10 \times 3 = 30$, $6 \times 5 = 30$ และ $2 \times 15 = 30$ มาตอบ เป็นตัวประกอบของ 30 ในกรณีการหาตัวประกอบ ของจำนวนนับนักเรียนมักลืมนับตัวประกอบ 1	จากบทนิยาม ตัวประกอบจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 30 คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30

ประเด็นที่ 2 เกี่ยวกับการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2.1 8 เป็นตัวประกอบของ 48 หรือไม่ เพราะเหตุใด

8 เป็นตัวประกอบของ 48 เพราะ $8 \div 48$ ลงตัว

ภาพ 3 ตัวอย่างการเป็นตัวประกอบของนักเรียน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มีการใช้เครื่องหมายการหาร () แทนการเขียนแสดงว่า “หาร” จะสังเกตเห็นว่า $8 \div 48$ ไม่ลงตัว และจะสังเกตเห็นว่า $4 \div 248$ ไม่ลงตัว	จากบทนิยาม ตัวประกอบจำนวนนับใด ๆ คือจำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว ดังนั้น 8 เป็นตัวประกอบของ 48 เพราะ 8 หาร 48 ได้ลงตัว หรือ $8 \div 48$ ได้ลงตัว และ 4 เป็นตัวประกอบของ 24 เพราะ 4 หาร 24 ได้ลงตัว หรือ $4 \div 24$ ได้ลงตัว

ประเด็นที่ 3 เกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์

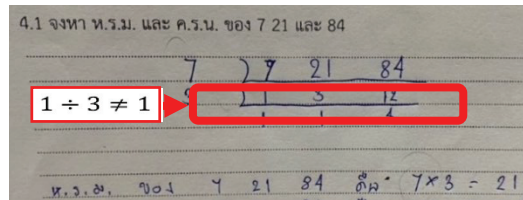
1.5 ตัวประกอบเฉพาะของ 70 มีกี่จำนวน อะไรบ้าง

มี 5 จำนวน คือ 1 2 5 7 10 14 35 70

ภาพ 4 ตัวอย่างการหาตัวประกอบเฉพาะของนักเรียน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
นักเรียนมีความสับสนเกี่ยวกับความหมายของข้อตกลงเกี่ยวกับตัวประกอบเฉพาะ จากการหาตัวประกอบเฉพาะของ 70 จะเห็นว่านักเรียนสามารถหาตัวประกอบของ 70 ได้ แต่ไม่สามารถระบุได้ว่าตัวประกอบเฉพาะของ 70 คืออะไร และจะสังเกตเห็นว่า 1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ	จากข้อตกลง จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และ ตัวเอง เรียกว่า “จำนวนเฉพาะ” ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า ตัวประกอบเฉพาะ พบว่า ตัวประกอบของ 70 ได้แก่ 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 และ 70 ดังนั้น ตัวประกอบเฉพาะของ 70 มีทั้งหมด 3 จำนวน ได้แก่ 2, 5 และ 7

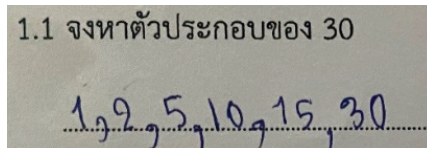
ประเด็นที่ 4 เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด



ภาพ 5 ตัวอย่างการหา ห.ร.ม. ของนักเรียน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวหารร่วมของจำนวนทั้งสามจำนวน จะเห็นว่านักเรียนนำ 3 มาหาร 1, 3 และ 12 ซึ่งหารได้แค่ 2 จำนวน นั่นคือ 3 และ 12 ซึ่งการดำเนินการที่ถูกต้อง จำนวนที่นำมาหารต้องหารได้ลงตัวทั้งสามจำนวน และจะสังเกตเห็นว่า $1 \div 3 \neq 1$	การหา ห.ร.ม. โดยการหารเริ่มจากการพิจารณาตัวหารร่วมของ 7, 21 และ 84 แล้วนำมาหารจำนวนทั้งสามจำนวน $\begin{array}{r} 7 \overline{) 7 \ 21 \ 84} \\ \underline{1 \ 3 \ 12} \end{array}$ พบว่าตัวหารร่วมของ 1, 3 และ 12 คือ 1 จึงสิ้นสุดการหาร ดังนั้น ตัวหารร่วมมากของ 7, 21 และ 84 คือ 7

ประเด็นที่ 5 ข้อผิดพลาด



ภาพ 6 ตัวอย่างการหาตัวประกอบของนักเรียน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
นักเรียนมีความไม่รอบคอบในการตอบทำให้เกิดข้อผิดพลาดของการหาตัวประกอบของ 30 ซึ่งการตอบที่ถูกต้อง คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30	จากบทนิยาม ตัวประกอบจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 30 คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30

อภิปรายผล

จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละประเด็นจากมากไปน้อย ได้แก่ ได้แก่ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ บทนิยามทฤษฎีบทกฎ สูตร และข้อเท็จจริงมากที่สุด รองลงมาคือนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด นักเรียนมีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับประเด็นความผิดพลาดความพลาดพลั้ง หรือเบี่ยงเบนจาก



ความถูกต้อง และนักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับงานวิจัยของ อติเรก เหลียงฉลิต (2563) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้องค์ประกอบ 3 ด้าน คือ ด้านภาษา และสัญลักษณ์ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติ และด้านขั้นตอนการดำเนินการ และการสรุปผลสามารถรวมกันเป็นองค์ประกอบเดียวได้ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์การตรวจสอบความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์ของนงลักษณ์ วิรัชชัย (2557) และเป็นไปตามแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2558); Zielinski (2017) ซึ่งได้แบ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็นด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการสรุปผล

นักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และข้อเท็จจริงมากที่สุด จากการวิจัยครั้งนี้พบตัวอย่าง นักเรียนที่มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในประเด็นนี้ เช่น โจทย์กำหนดให้หาตัวประกอบของ 30 ซึ่งจากการวิเคราะห์นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการหาตัวประกอบของจำนวนนับ นักเรียนนำจำนวนที่คูณกันได้ 30 มาเป็นคำตอบของตัวประกอบของ 30 นั่นคือ ตัวประกอบของ 30 เป็น $3 \times 10 = 30$, $5 \times 6 = 30$, $10 \times 3 = 30$, $6 \times 5 = 30$ และ $2 \times 15 = 30$ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ โมอฟชวิตซ์ และคณะ (Movshovitz et al., 1987) ได้ยกตัวอย่างว่า $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ เป็นการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือบทนิยาม มีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนขาดการเน้นย้ำและฝึกฝนการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยาม แม้บางประเด็นที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว หากไม่ได้ฝึกฝนการใช้ก็จะทำให้นักเรียนใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท นิยามที่เฉพาะเจาะจง ผิดไปจากความเป็นจริง ซึ่งผลการวิจัยของทองคำ นาสมตริก, สมทรง สุวพานิช และ อรุณี จันทร์ศิลา (2555) เกี่ยวกับการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลตรงกันว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ เกิดจากนักเรียนขาดทักษะในการใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการและขาดทักษะเกี่ยวกับหลักการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน สอดคล้องกับผลการวิจัยของไข่มุก เลื่องสุนทร (2552, น. 107) ที่กล่าวไว้ว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ซึ่งถือเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทุกแขนง การเรียนในระดับสูงขึ้นไปต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจพื้นฐานที่ได้เรียนมาแล้วทั้งสิ้นหากนักเรียนยังเรียนโดยการจำแต่ขาดความเข้าใจเช่นนี้ต่อไปแล้ว การเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะขาดคุณภาพ ซึ่งจะพบว่าการใช้บทนิยามของ ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ เมื่อนักเรียนขาดพื้นฐานดังกล่าวจึงก่อให้เกิดอุปสรรคต่อการเรียน ดังนั้น การที่นักเรียนมีอุปสรรคในการเรียน เรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. จึงสามารถสรุปผลเชื่อมโยงไปได้ว่านักเรียนมีพื้นฐานในการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. อยู่ในระดับไม่พึงประสงค์

นักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด จากการวิจัยพบตัวอย่างนักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณผิดพลาด โจทย์ให้หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 17 และ 23 จะเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาห.ร.ม. ของ 17 และ 23 ได้ แต่นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการหาค.ร.น. ของ 17 และ 23 ซึ่งนักเรียนนำ 17 มาคูณกับ 23 มีค่าเท่ากับ 391 และ ค.ร.น. ของ 17 และ 23 คือ 391 แต่นักเรียนมีวิธีการดำเนินการที่ผิด

ซึ่งการดำเนินการที่ถูกต้อง จำนวนที่นำมาหารต้องเป็นจำนวนเฉพาะ หารได้ลงตัวอย่างน้อยหนึ่งจำนวน โดยจำนวนใดหารไม่ลงตัวให้ตั้งลงมา จึงนำตัวหารทุกตัวมาคูณกับผลหารชุดสุดท้ายที่เหลือจะได้ค่าเป็น ค.ร.น. ของจำนวนนั้น ซึ่งงานวิจัยของ อัมพร ม้าคนอง (2558) กล่าวว่าองค์ประกอบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ คือ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติด้านการคิดคำนวณ และด้านการนำเสนอคำตอบ และงานวิจัยของ อศิวิณ บรรเทา (2555, น. 107) ได้กล่าวไว้ว่า นักเรียนไม่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพได้ ถ้านักเรียนยังขาดความรู้พื้นฐานสำคัญในการเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์กับโจทย์ที่กำหนดให้ได้ นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาเชื่อมโยงกับโจทย์ใหม่ และยังขาดการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบคำตอบ และการประเมินคำตอบ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

- 1.1 ครูต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับบทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และข้อเท็จจริงที่ถูกต้อง
- 1.2 ครูต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับการสื่อสารและสื่อความหมายที่ถูกต้อง
- 1.3 ครูต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
- 1.4 ครูต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการและการคำนวณที่ถูกต้อง

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

- 2.1 ควรทำการศึกษาปัจจัยเชิงสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ
- 2.2 ควรใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบมโนทัศน์ (Concept Attainment Model) ในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียน

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ (2560). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระสังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).
- ณรงค์ ปันนิม. (2548). *ทฤษฎีจำนวน*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: บริษัทด้านสุขภาพการพิมพ์จำกัด.
- ทองคำ นาสตริก, สมทรง สุวพาณิชย์ และอรุณี จันทร์ศิลา. (2555). *การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน*

- ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์, 4(1), 75 - 88.
- นงลักษณ์ วิรัชชัย. (2557). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการวิจัยการศึกษา. นนทบุรี: สถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- น้ำผึ้ง บุญญเกียรติ และ นพพร แหยมแสง. (2564). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการ และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว. วารสารเกษมบัณฑิต, 22(2), 97 – 106.
- พรธิดา สุขกรม. (2557). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2. (ปริญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). *ครุคณิตศาสตร์ มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระ การเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตร แห่งประเทศไทย.
- อดิเรก เฉลียวฉลาด. (2563). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารวไลยลงกรณ์ปริทัศน์ (มนุษยศาสตร์ และสังคมศาสตร์), 10(2), 85-99.
- อัมพร ม้าคนอง. (2558). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- อัศวิน บรรเทา. (2555). *การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโนคติที่คลาดเคลื่อนทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง การหารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. (ปริญาศึกษาศาสตร มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยขอนแก่น).
- Makonye, L. a. (2010). *Learning errors and misconceptions in elementary analysis: a case study of a grade 12 class in south africa*. Acta Didactica Napocensia, 3(3), 35 – 45.
- Movshovitz-Hader et al (1987). *An empirical classification model for errors in high school mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education, 18, 3-14.
- Zielinski, S.F. (2017). *From No to Yes: The Impact of an Intervention on the Persistence of Algebraic Misconceptions among Secondary School Algebra Students*. Doctoral dissertation, Northeastern University.