



การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

A Study of Geometric Thinking Levels about polygons
based on the Van Hiele Model for 6th grade students

ลออง สุนทรชัย^{1*}, อรุณช พองจางวาง², และ อุเทน ปุ่มสันเทียะ³

Laoong Sonthonchai¹, Oranuch Fongjangwang², and Uthen Pumsanthia³

¹นักศึกษา, คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก 65000

²นักศึกษา, คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก 65000

³อาจารย์ประจำ, คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก 65000

¹Bachelor student, Faculty of Education Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

²Bachelor student, Faculty of Education Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

³Lecturer, Faculty of Education Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000

Received: 30 March 2024

Revised: 12 December 2024

Accepted: 20 December 2024

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลพิษณุโลก ปีการศึกษา 2566 จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบ จำนวน 2 ชุด ชุดที่ 1 แบบปรนัยชนิดเติมคำ จำนวน 3 ข้อ และชุดที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าความถี่ ร้อยละ และวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์เชิงเนื้อหา พบว่า ขอบเขตด้านเนื้อหา เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงสุด คือ ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ ส่วนระดับ 3 การนิรนัย และระดับ 4 สดุดยอด ไม่ปรากฏ เพราะไม่มีการพิสูจน์หรือนิรนัยอย่างเป็นทางการ เนื่องจากการนิรนัยในระดับนี้ นักเรียนต้องเข้าใจการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบททางเรขาคณิต เข้าใจความสัมพันธ์และบทบาทของคำนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ด้วยตนเองได้ เข้าใจความแตกต่างระหว่างประพจน์และบทกลับของประพจน์ และผลการทดสอบพบว่า นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี ระดับ 0 การมองเห็น ร้อยละ 20.00 ระดับ 1 การวิเคราะห์ ร้อยละ 17.5 และระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ ร้อยละ 62.5

คำสำคัญ: ระดับความคิดทางเรขาคณิต; การมองเห็น; การวิเคราะห์; การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ

*Corresponding Author: laoong.s@psru.ac.th

Abstract

This research aimed to study the level of geometric thinking according to Van Hiele concept of polygon of grade 6 students. The target group used in the research was 40 students in grade 6, Phitsanulok Kindergarten, academic year 2023. The research tools used were 2 sets of tests, set 1 was a fill-in form with 3 items and set 2 was a subjective form with 12 items. Statistical analysis was performed using frequencies, percentage and content analysis.

The researcher analyzed the content and found that there was the highest level of geometric thinking at level 2, informal deductive, while level 3, deductive and level 4, do not appear because there was no official proof or deductive. Due to deductive at this level, students must understand the use of the axiom system to create geometric the theorem, the relationship and role of the definition, axiom, definition, theorem, and self-proof, as well as the difference between the expression and the reverse of the expression. This research found that students had a level of geometric thinking according to the concept of Van Heli level 0 visualization 20.00 percent, level 1 analysis 17.50 percent, and level 2 informal deduction 62.50 percent.

Keywords: Level of geometric thinking; Visualization; Analysis; Informal Deduction.

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ที่ไม่ว่าหลักสูตรของประเทศใดก็ตาม ต่างก็ให้ความสำคัญกับเรขาคณิตในหลักสูตรคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนก็ไม่ว่าจะแสดงความรู้ความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดได้ดีนักในเนื้อหาเรขาคณิต ในชั้นเรียนเรขาคณิตเต็มไปด้วยการเน้นการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นทางการ (Formal Symbolism) ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ในขณะที่ความเข้าใจและการคิดทางเรขาคณิตกลับถูกลดให้ความสำคัญลงไป (เจนสมุพร แสงพันธ์ และอัญชลี ตนานนท์, 2563) นักเรียนทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายมักจะขาดการมีประสบการณ์ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดทางเรขาคณิตสอดคล้องกับ Inprasitha (2003, cited in Srichompoo, 2006, น. 1) ที่กล่าวว่า “แม้ว่าเรขาคณิตจะมีความสำคัญแต่การจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตในโรงเรียน ยังเน้นให้นักเรียนท่องจำเนื้อหาและสร้างรูปเรขาคณิตตามขั้นตอนหรือคำสั่ง ซึ่งวิธีการเหล่านี้ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดทางเรขาคณิตที่เกี่ยวกับการคิดวิเคราะห์ พิสูจน์ ให้เหตุผล และความสัมพันธ์ของมิติต่าง ๆ ซึ่งมีผลกระทบต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น” ซึ่งในการศึกษาเชิงเปรียบเทียบในปัจจุบันเกี่ยวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ พบว่า หลาย ๆ ประเทศเริ่มหันมาให้ความสำคัญกับการคิดทางเรขาคณิตมากขึ้นอย่างเช่น ประเทศฝรั่งเศส และญี่ปุ่น ดังที่ในรายงานเกี่ยวกับการผลการสอบเนื้อหาปริภูมิและรูปทรง (เรขาคณิต) จาก PISA ในปี 2022 ซึ่ง OECD (2023) ที่ให้ความสำคัญไปที่การวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้ปริภูมิและรูปทรง (เรขาคณิต) ให้มีการศึกษาระดับลึกเกี่ยวกับความเข้าใจ ทางเรขาคณิตของนักเรียนให้มากขึ้น ทั้งแง่ของความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิต การสร้างความรู้ทางเรขาคณิตและการพัฒนาของการคิดทางเรขาคณิต (Geometric Thinking Development) จากสภาพปัญหาดังกล่าวข้างต้น

สะท้อนให้เห็นถึงว่า หากไม่มีการปรับเปลี่ยนวัฒนธรรมชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในมิติที่เกี่ยวข้องกับการส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นอย่างแท้จริงในนักเรียนแล้ว การเรียนการสอนเรขาคณิตหรือแม้กระทั่งเนื้อหาอื่น ๆ จะยังคงประสบปัญหาในระบบโรงเรียนดังกล่าวในระยะยาว ในแง่ที่นักเรียนจะยังเผชิญปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นอีก ฉะนั้นการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน จึงเป็นเรื่องที่ควรให้ความสำคัญกับการเปลี่ยนวัฒนธรรมในชั้นเรียนคณิตศาสตร์แบบเดิม โดยการเปลี่ยนบทบาทครูที่ยึดหนังสือเรียนเป็นหลัก และจัดลำดับการสอนในชั้นเรียนตามหนังสือเรียนและพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการสอนสำหรับครูที่ครอบคลุมถึงความรู้ด้านเนื้อหาเฉพาะ และความรู้ในด้านการสอน (Ball, Thames, Bass, Sleep, Lewis & Phelps, 2009) หากครูมีความรู้ในลักษณะดังกล่าว จะทำให้เกิดผลต่อการปรับเปลี่ยนกระบวนการเรียนรู้ และการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนด้วยเช่นกัน

เรขาคณิตเป็นศาสตร์ที่เรียนรู้โดยผ่านการมองเห็นเป็นสิ่งท้าทายความคิดที่ช่วยเพาะบ่มความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ส่งเสริมสร้างสรรค์ ปลูกฝังความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปแล้วพัฒนาการในการยอมรับสิ่งต่าง ๆ ของมนุษย์เริ่มจากการใช้การหยั่งรู้แล้วไปสิ้นสุดที่การอ้างเหตุผล การพิสูจน์จึงมีบทบาทอันสำคัญยิ่งต่อการใช้เหตุผลแทนการเดา ลองผิดลองถูก หรือตัดสินใจจากอคติของตน เรขาคณิตจัดว่าเป็นตัวช่วยวางรากฐานในการพิสูจน์อย่างมีความหมาย (สมทรง สุวพานิช, 2553, น. 33) ซึ่งเรขาคณิตมีวิวัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้มนุษย์สามารถอยู่ร่วมกับธรรมชาติได้อย่างดี และปลอดภัย อย่างไรก็ตามวิชาเรขาคณิตในระดับโรงเรียนเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยากแก่การเข้าใจและจดจำ อีกทั้งยังไม่ค่อยสัมพันธ์กับชีวิตประจำวัน ทั้งที่ทุกคนตระหนักดีว่าความเข้าใจเชิงเรขาคณิตเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ทั้งในแง่ของการดำรงชีวิตประจำวันและการทำงานในอนาคตของนักเรียน ในการเรียนเรขาคณิตนั้น นักเรียนแต่ละคนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน ทำให้เป็นอุปสรรคที่สำคัญต่อการสื่อสารระหว่างนักเรียนกับเพื่อนนักเรียน (สิริพร ทิพย์คง, 2532) แวนฮิลได้เสนอโมเดลระดับการคิดทางเรขาคณิตประกอบด้วย ระดับขั้นพื้นฐานหรือขั้น 0 ระดับขั้นการวิเคราะห์หรือขั้น 1 ระดับขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผนหรือขั้น 2 ระดับขั้นการพิสูจน์อย่างมีแบบแผนหรือขั้น 3 และระดับขั้นการคิดขั้นสุดยอดหรือขั้น 4 ดังนั้นครูผู้สอนควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิต กล่าวคือ นักเรียนต้องผ่านการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตจากขั้นที่ง่ายไปยังขั้นที่สลับซับซ้อน แม้ว่าเรขาคณิตจะมีความสำคัญอย่างมากแต่การจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตในโรงเรียนยังเน้นให้นักเรียนท่องจำเนื้อหา และสร้างรูปเรขาคณิตตามขั้นตอนหรือคำสั่ง ซึ่งวิธีการเหล่านี้ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีประสบการณ์การคิดที่เกี่ยวกับการคิดวิเคราะห์ พิสูจน์ให้เหตุผลและความสัมพันธ์ของมิติต่าง ๆ ซึ่งมีผลกระทบต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นและก่อให้เกิดสภาวะอันตรายสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546)

รูปหลายเหลี่ยมเป็นส่วนหนึ่งของเนื้อหาในสาระการเรียนรู้เรขาคณิตที่สำคัญเรื่องหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ซึ่งเนื้อหาดังกล่าวเป็นพื้นฐานความรู้ในการเรียนเรื่องอื่น ๆ โดยนักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ได้แก่ บอกลักษณะและชนิดของรูปหลายเหลี่ยม การหาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมที่อยู่ในชีวิตประจำวัน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้หลากหลายแนวทางและตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นข้อมูลที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถเข้าใจในพฤติกรรมของนักเรียน แต่ละระดับ เพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่สูงขึ้น สามารถนำมาปรับใช้สำหรับการหาเทคนิค วิธีการสอนที่เหมาะสมแก่นักเรียน

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นิยามศัพท์เฉพาะ

ระดับความคิดทางเรขาคณิต หมายถึง การคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนที่เกิดขึ้นในขณะที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิตด้วยตนเอง ผ่านแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี โดยในการวิจัยครั้งนี้กำหนดระดับความสามารถในการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 การมองเห็น ระดับ 1 การวิเคราะห์ และระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ

ระดับ 0 การมองเห็น (Visualization) หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการมองเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม เช่น นักเรียนสามารถระบุรูปหลายเหลี่ยมที่มองเห็นได้

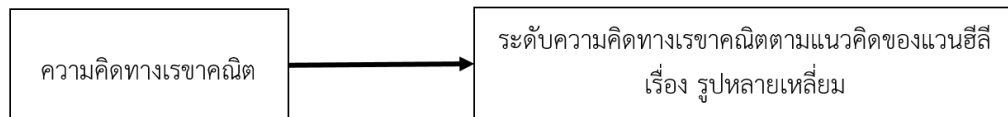
ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง นักเรียนสามารถระบุองค์ประกอบ จำแนกและเปรียบเทียบสมบัติของรูปหลายเหลี่ยมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมีมุม 4 มุม มีด้าน 4 ด้าน เป็นรูปปิด และสามารถจำแนกรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ได้

ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction) หมายถึง นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของรูปหลายเหลี่ยมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว เส้นทแยงตัดกันเป็นมุมฉาก เพราะแบ่งครึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปจึงเกิดมุมฉากสี่มุมฉาก

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้ตามระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีได้เพียง 3 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 ถึง ระดับ 2 เนื่องจากขอบเขตด้านเนื้อหา เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เพราะระดับที่ 3 เป็นการนิรนัย ในระดับนี้นักเรียนจะต้องเข้าใจการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบททางเรขาคณิต เข้าใจความสัมพันธ์และบทบาทของคำนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ด้วยตนเองได้ และทำได้มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็น เข้าใจความแตกต่างระหว่างประพจน์และบทกลับของประพจน์ ซึ่งเนื้อหาเรื่องรูปหลายเหลี่ยม รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ไม่มีการพิสูจน์หรือนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ

วิธีดำเนินการวิจัย

กรอบแนวคิด



ภาพ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลพิษณุโลก ปีการศึกษา 2566 จำนวน 40 คน

เครื่องมือที่ใช้วิจัย

แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ซึ่งมีจำนวน 15 ข้อ ลักษณะเป็นแบบเติมคำจำนวน 3 ข้อ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำอย่างละเอียดจำนวน 12 ข้อ

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เนื้อหา เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุงพ.ศ. 2560) และการสร้างแบบทดสอบ

2. สร้างแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งมีลักษณะเป็นอัตนัย จำนวน 16 ข้อ กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบ ดังนี้ 1) ส่วนที่เป็นแบบเติมคำตอบ กำหนดเกณฑ์ตอบถูกต้อง 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน และ 2) ส่วนที่เป็นแบบอัตนัย กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังตาราง 1

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบแบบอัตนัย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบ
3	นักเรียนแสดงการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง
2	นักเรียนแสดงการแก้ปัญหาบางขั้นตอนถูกต้อง และได้คำตอบไม่ถูกต้อง
1	นักเรียนตอบเฉพาะคำตอบ ไม่แสดงวิธีทำ หรือตอบคำถามไม่ครบตามโจทย์กำหนด
0	นักเรียนไม่ตอบเลยหรือตอบไม่ถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบ และแก้ไขให้ครอบคลุมกับเนื้อหา และนำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบด้วยความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจน และความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย อาจารย์ประจำหลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน อาจารย์ประจำหลักสูตรสาขาวิชาการวิจัยและประเมินทางการศึกษา จำนวน 1 ท่าน และครูกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

4. ผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ (Index of Item-Objective Congruence: IOC) พบว่า อยู่ระหว่างช่วง 0.60 – 1.00

5. คัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 15 ข้อ

6. นำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลเทศบาลนครพิษณุโลก จำนวน 30 คน ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย พบว่า ชุดที่ 1 แบบเติมคำตอบมีดัชนีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.22 – 0.73 ดัชนีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.44 – 0.53 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 โดยใช้สูตร KR-20 และชุดที่ 2 แบบอัตนัย มีดัชนีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.46 – 0.58 ดัชนี ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.28 – 0.82 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.87 โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Alpha Cronbach Coefficient)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

วิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาระดับความคิดทางเรขาคณิตกับเนื้อหา เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และนำแบบทดสอบ จำนวน 2 ชุด ชุดที่ 1 แบบปรนัยชนิดเติมคำ วัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี ระดับ 0 จำนวน 3 ข้อ ชุดที่ 2 แบบอัตนัย วัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี ระดับ 1 จำนวน 6 ข้อ และระดับ 2 จำนวน 6 ข้อ ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย และตรวจข้อสอบตามเกณฑ์ที่กำหนด

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม แต่ละระดับตามพฤติกรรมบ่งชี้ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) ความถี่ และร้อยละ แล้วสรุปผลและอภิปรายผล

ผลการวิจัย

การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) พบว่า ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน มีความเห็นว่ามียุทธศาสตร์ความคิดทางเรขาคณิตสูงสุด คือ ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction) ส่วนระดับ 3 การนิรนัย (Formal Deduction) และระดับ 4 สอดคล้อง (Rigor) ไม่ปรากฏเพราะไม่มีการพิสูจน์หรือนิรนัยอย่างเป็นทางการ เนื่องจากการนิรนัยในระดับนี้นักเรียนต้องเข้าใจการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบททางเรขาคณิต

เข้าใจความสัมพันธ์และบทบาทของคำนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ด้วยตนเองได้ เข้าใจความแตกต่างระหว่างประพจน์และบทกลับของประพจน์ และนำผลการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาไปทำการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แสดงดังตาราง 2 เป็นดังนี้

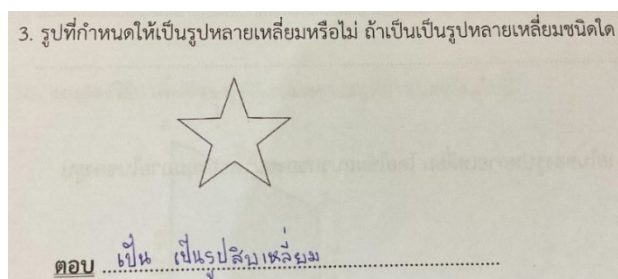
ตาราง 2 แสดงระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

	ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลลี		
	ระดับ 0	ระดับ 1	ระดับ 2
	Visualization	Analysis	Informal Deduction
จำนวน (คน)	8	7	25
ร้อยละ	20.00	17.50	62.50

จากตาราง 2 พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลพิษณุโลก มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลลี ในแต่ละระดับดังนี้ มีนักเรียนอยู่ในระดับ 0 ระดับการมองเห็น (Visualization) คิดเป็นร้อยละ 20.00 ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) คิดเป็นร้อยละ 17.50 ระดับ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction) คิดเป็นร้อยละ 62.50

ตัวอย่างระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลลี

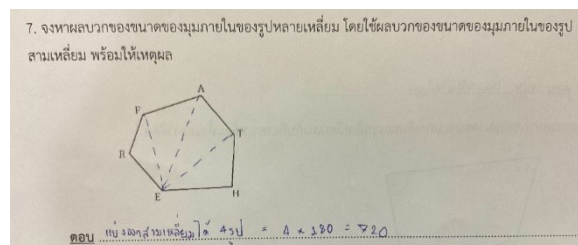
ระดับ 0 ระดับการมองเห็น (Visualization)



ภาพ 2 Visualization

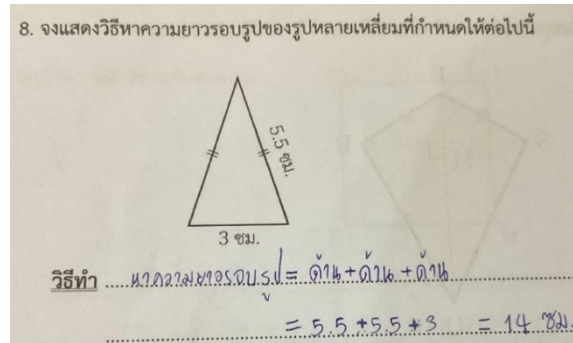
พฤติกรรมบ่งชี้ระดับ 0	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน
ระดับการมองเห็น (Visualization)	
นักเรียนมีความสามารถในการมองเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม เช่น นักเรียนสามารถระบุรูปหลายเหลี่ยมที่มองเห็นได้	จากภาพ นักเรียนสามารถตอบได้ว่าเป็นรูปหลายเหลี่ยม และเป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดสิบเหลี่ยม

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)



ภาพ 3 Analysis (1)

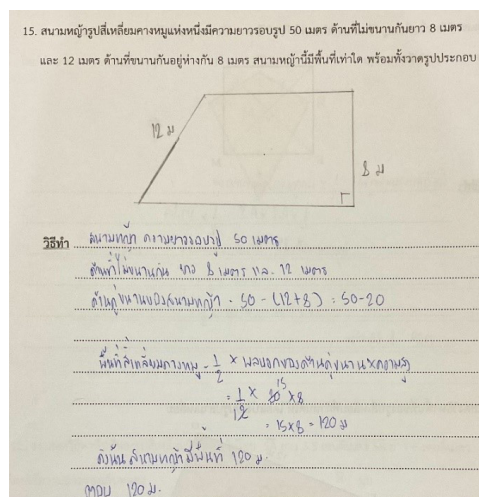
พฤติกรรมบ่งชี้ระดับ 1	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน
ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)	
นักเรียนสามารถระบุองค์ประกอบ จำแนกและเปรียบเทียบสมบัติของรูปหลายเหลี่ยมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมีมุม 4 มุม มีด้าน 4 ด้าน เป็นรูปปิด และสามารถจำแนกรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ได้	จากภาพ นักเรียนทราบว่าเป็นรูปหลายเหลี่ยมจากที่กำหนดให้ และนักเรียนสามารถสร้างส่วนของเส้นตรง EF, EA และ ET แบ่งรูปหลายเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ 4 รูป และนำมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีค่าเท่ากับ 180 องศา มาหาผลบวกภายในของรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้ได้เท่ากับ $4 \times 180 = 720$ องศา



ภาพ 4 Analysis (2)

พฤติกรรมบ่งชี้ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน
นักเรียนสามารถระบุองค์ประกอบ จำแนกและเปรียบเทียบสมบัติของรูปหลายเหลี่ยมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมีมุม 4 มุม มีด้าน 4 ด้าน เป็นรูปปิด และสามารถจำแนกรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ได้	นักเรียนรู้สมบัติของรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้ สามารถทราบว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากัน สองด้านเท่ากับ 5.5 ซึ่งเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว นักเรียนจึงหาความยาวรอบรูปโดยการนำด้านทุกด้านมาบวกกันได้เท่ากับ $5.5 + 5.5 + 3 = 14 \text{ เซนติเมตร}$

ระดับ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction)



ภาพ 5 Informal Deduction

พฤติกรรมบ่งชี้ระดับ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal deduction)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน
นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของรูปหลายเหลี่ยมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว เส้นทแยงตัดกันเป็นมุมฉาก เพราะแบ่งครึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปจึงเกิดมุมฉากสี่มุมฉาก	นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่กำหนดให้ได้ โดยสามารถบอกได้ว่าสนามหญ้ามีความยาวรอบรูป 50 เมตร มีด้านที่ไม่ขนานกันยาว 8 เมตร และ 12 เมตร ดังนั้นมีด้านคู่ขนานของสนามหญ้า $50 - (12 + 8) = 50 - 20$ เมตร และนักเรียนเลือกวิธีการหาคำตอบและแสดงวิธีทำได้ คือ สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $= \frac{1}{2} \times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน $\times$ ความสูง $= \frac{1}{2} \times 30 \times 8$ $= 15 \times 8$ $= 120 \text{ เมตร}$ ดังนั้น สนามหญ้ามียี่พื้นที่ 120 ตารางเมตร

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า มีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงสุด คือ ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction) ส่วนระดับ 3 การนิรนัย (Formal Deduction) และระดับ 4 สุตยอด (Rigor) ไม่ปรากฏเพราะไม่มีการพิสูจน์หรือนิรนัยอย่างเป็นทางการ และนักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี ในแต่ละระดับดังนี้ มีนักเรียนอยู่ในระดับ 0 การมองเห็น (Visualization) คิดเป็นร้อยละ 20.00 ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) คิดเป็นร้อยละ 17.50 ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction) คิดเป็นร้อยละ 62.50

อภิปรายผล

จากการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลพิบูลย์โลก อำเภอมือง จังหวัดพิษณุโลก ในการทำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม จำนวน 15 ข้อ ลักษณะเป็นแบบเติมคำจำนวน 3 ข้อ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำอย่างละเอียดจำนวน 12 ข้อ ซึ่งเมื่อพิจารณาโดยภาพรวมของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีในแต่ละระดับของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลี เรื่อง รูปหลายเหลี่ยม พบว่า นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีระดับ 2 มากที่สุด ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของรูปหลายเหลี่ยมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว เส้นทแยงตัดกันเป็นมุมฉาก เพราะแบ่งครึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปจึงเกิดเป็นมุมฉากสี่มุมฉาก

สอดคล้องกับงานวิจัยของนวลศรี ชำนาญกิจ (2550) ได้กล่าวว่าระดับการคิดตามตัวแบบของแวนฮิลี มีลักษณะเป็นไปตามลำดับขั้น (Sequential) โดยที่มีการคิดที่เรียงลำดับทีละระดับไม่มีการข้ามระดับ นักเรียนจะมีระดับการคิดอยู่ในระดับใดนั้น นักเรียนต้องผ่านระดับที่มาก่อนเสมอ ในแต่ละระดับจะมีภาษาและสัญลักษณ์ตลอดจนความสัมพันธ์ของการเชื่อมโยงสัญลักษณ์เหล่านี้เป็นของตนเอง ความสัมพันธ์ที่ยอมรับว่าถูกต้องในระดับหนึ่งอาจต้องมีการพิสูจน์ให้เห็นจริงในระดับอื่น

นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีระดับ 2 มากที่สุด จากการวิจัยครั้งนี้พบว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีระดับ 2 เช่น โจทย์กำหนดให้หาสนามหญ้ารูปสี่เหลี่ยมคางหมูแห่งหนึ่งมีความยาวรอบรูป 50 เมตร ด้านที่ไม่ขนานกันยาว 8 เมตร และ 12 เมตร ด้านที่ขนานกันอยู่ห่างกัน 8 เมตร สนามหญ้านี้มีพื้นที่เท่าใด พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ ซึ่งจากการวิเคราะห์นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่กำหนดให้ได้ วาดรูปประกอบได้ถูกต้อง สามารถบอกได้ว่า สนามหญ้ามีความยาวรอบรูป 50 เมตร มีด้านที่ไม่ขนานกันยาว 8 เมตร และ 12 เมตร ดังนั้นมีด้านคู่ขนานของสนามหญ้า เท่ากับ $50 - (12 + 8) = 50 - 20$ เมตร และนักเรียนเลือกวิธีการหาคำตอบและแสดงวิธีทำได้ คือ สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู = $\frac{1}{2} \times (\text{ด้านคู่ขนานบน} + \text{ด้านคู่ขนานล่าง}) \times \text{ความสูง}$ $= \frac{1}{2} \times (12 + 8) \times 8 = 80$ ตารางเมตร ดังนั้นสรุปคำตอบสนามหญ้ามีย่านี่ 80 ตาราง ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ นัฐพร คุ่มวงษ์ (2562) นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน นักเรียนมีความมั่นใจในการหาคำตอบคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล คำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และแก้โจทย์ปัญหาได้

นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีระดับ 1 จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลีระดับ 1 เช่น โจทย์กำหนดให้หาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยม โดยใช้ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม พร้อมทั้งให้เหตุผล ซึ่งจากการวิเคราะห์ นักเรียนทราบว่า เป็นรูปหลายเหลี่ยมจากที่กำหนดให้ และนักเรียนสามารถสร้างส่วนของเส้นตรง EF, EA และ ET แบ่งรูปหลายเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ 4 รูป และนำมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีค่าเท่ากับ 180 องศา มาหาผลบวกของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้ได้เท่ากับ $4 \times 180 = 720$ องศา และโจทย์กำหนดให้แสดงหาวิธีหาความยาวรอบรูปของรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้ ซึ่งจากการวิเคราะห์นักเรียนรู้สมบัติของรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้ สามารถทราบว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสองด้านเท่ากับ 5.5 ซึ่งเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว นักเรียนจึงหาความยาวรอบรูปโดยการนำด้านทุกด้านมาบวกกันได้เท่ากับ $5.5 + 5.5 + 3 = 14$ เซนติเมตร ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และเตือนใจ ศักดิ์สองเมือง (2564) พบว่า ระดับ 1 นักเรียนสามารถจำแนกและทดสอบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบโดยรวมของรูปร่างแบ่งกลุ่มรูปร่างในแนวทางที่แตกต่างกันตามคุณสมบัติที่ชัดเจน เปรียบเทียบและอธิบายให้เหตุผลเกี่ยวกับคุณสมบัติองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต

นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลล์ระดับ 0 จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลล์ระดับ 0 เช่น โจทย์กำหนดให้เป็นรูปหลายเหลี่ยมหรือไม่ ถ้าเป็นเป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดใด ซึ่งจากการวิเคราะห์ให้นักเรียนสามารถตอบได้ว่าเป็นรูปหลายเหลี่ยม และเป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดสิบเหลี่ยม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสิริพร ทิพย์คง (2532) ที่กล่าวว่า ชั้น 0 หรือขั้นพื้นฐาน: การมองเห็น (Visualization) นักเรียนสามารถบอกชื่อรูปที่มองเห็น เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถบอกคุณลักษณะส่วนย่อยได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ครูผู้สอนควรศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแนวคิดของแวนฮิลล์ให้ชัดเจน ก่อนให้นักเรียนทำแบบทดสอบ

1.2 เป็นแนวทางให้ครูผู้สอนเข้าใจพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละระดับ เพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงขึ้น

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.2 การวิเคราะห์ข้อสอบแบบสหสัมพันธ์ ศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบแต่ละระดับ

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระสังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- นัฐพร คัมวงศ์. (2562). *การศึกษาระดับความคิดเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- นวลศรี ชำนาญกิจ. (2550). *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวนฮิลล์ ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวนฮิลล์และสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์*. นครสวรรค์: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- เจนสมุทร แสงพันธ์ และอัญชลี ตนานนท์. (2563). *การเรียนรู้วิธีการสอนของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ในการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด*. วารสารมหาวิทยาลัยศิลปากร. มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2532). *แวนฮิลล์โมเดล: ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้เรขาคณิต*. วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.



- สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และเตือนใจ ศักดิ์สองเมือง. (2564). การคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด. วารสารสหวิทยาการสังคมศาสตร์และการสื่อสาร มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี. มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี.
- สมทรง สุวพานิช. (2553). เรขาคณิต...ศาสตร์มหัศจรรย์. วารสารครูศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม. มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- Ball, D. L., Thames, M., Bass, H., Sleep, L., Lewis, J., & Phelps, G. (2009). *A Practice Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching*. In Proceeding of 33rd Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki: Aristotle University of Thessaloniki.
- Inprasitha, Mitree. (2008). *A research report titled “model of students” mathematical thinking development by lesson study and open approach*. Khon Kaen: Center for Research I Mathematics Education.
- OECD (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.
- Srichompoo, Somkuan. (2006). *A study the level of geometrical thinking based on Van Hiele’s model*. Master’s dissertation, Khon Kaen, Khon Kaen, Thailand